

RITS-39-SOLUTIONS PAPER-1 MATHEMATICS

1. The value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 3x}{\tan 2x}$ is -

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 3x}{\tan 2x}$$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) -1 (D) 1

Ans. (C)

$$\text{Sol. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 3x}{\tan 2x}$$

Use L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3\cos 3x}{(\sec^2 2x) \cdot 2} = -1$$

2. Consider quadratic equation $x^2 + 2(1 + \sin\alpha)x + \cos(\theta - \alpha) + 2\sin\alpha - \cos(\theta + \alpha) = 0$, $\alpha, \theta \in [-2\pi, 2\pi]$ does not have distinct real roots, then number of ordered pairs (α, θ) is

माना द्विघात समीकरण $x^2 + 2(1 + \sin\alpha)x + \cos(\theta - \alpha) + 2\sin\alpha - \cos(\theta + \alpha) = 0$, $\alpha, \theta \in [-2\pi, 2\pi]$ के विभिन्न वास्तविक मूल न हो, तो क्रमित युग्मों (α, θ) की संख्या होगी

- (A) 0 (B) 2
(C) 4 (D) 8

Ans. (D)

Sol. Given equation

$$\begin{aligned}x^2 + 2(1 + \sin\alpha)x + 2\sin\alpha(\sin\theta + 1) &= 0 \\D \leq 0 \\4(1 + \sin\alpha)^2 - 4 \cdot 2\sin\alpha(\sin\theta + 1) &\leq 0 \\1 + \sin^2\alpha + 2\sin\alpha - 2\sin\alpha\sin\theta - 2\sin\alpha &\leq 0 \\1 + \sin^2\alpha &\leq 2\sin\alpha\sin\theta \\\therefore \sin\theta &= 1 = \sin\alpha \\&\text{or } \sin\alpha = -1 = \sin\alpha \\\therefore \text{total } 8 \text{ ordered pairs.}\end{aligned}$$

3. Let S be the sum of all possible value(s) of θ in $[0, 2\pi]$ such that $5\cot^2\theta - 17\cot\theta - 12 = 0$, then value of $[S]$ is

[Note : $[S]$ denotes the largest integer less than or equal to S and $\pi - \frac{22}{7} < 0$]

माना S , अन्तराल $[0, 2\pi]$ में 0 सभी सम्भव मानों का योगफल इस प्रकार है कि $5\cot^2\theta - 17\cot\theta - 12 = 0$ हो, तो $[S]$ का मान होगा

[नोट : $[S]$, S से कम या बराबर महत्तम पूर्णांक को दर्शाता है तथा $\pi - \frac{22}{7} < 0$ है]

- (A) 9 (B) 10
(C) 11 (D) 12

Ans. (B)

Sol. $5\cot^2\theta - 17\cot\theta - 12 = 0$
 $5\cot^2\theta - 20\cot\theta + 3\cot\theta - 12 = 0$
 $5\cot\theta(\cot\theta - 4) + 3(\cot\theta - 4) = 0$

$$\cot\theta = 4 \quad \& \quad \cot\theta = -\frac{3}{5}$$

$$\text{Let } \cot\beta = 4 \quad \& \quad \cot\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{Sum of values} &= \pi - \alpha + 2\pi - \alpha + \pi + \beta + \beta \\&= 4\pi + 2(\beta - \alpha)\end{aligned}$$

$$\cot(\beta - \alpha) = \frac{\frac{3}{5} \cdot 4 + 1}{\frac{3}{5} - 4} = -1$$

$$\therefore \text{Sum of values} = 4\pi - \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

4. Let $A = \{6, 10, 14, \dots, 1002\}$ and B is set of divisors of the integer 360, then $S(A \cap B)$ is

[$S(A)$ denotes sum of elements in set A]

माना $A = \{6, 10, 14, \dots, 1002\}$ तथा B , पूर्णांक 360 के भाजकों का समुच्चय हो, तो $S(A \cap B)$ होगा

[$S(A)$, समुच्चय A में अवयवों के योगफल को दर्शाता है]

- | | |
|---------|---------|
| (A) 148 | (B) 154 |
| (C) 156 | (D) 162 |

Ans. (B)

Sol. Elements of set A are in $4n + 2$ form, $n \in \mathbb{N}$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

Sum of common elements

$$= 2[(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1) - 1] = 154$$

5. In \mathbb{R}^2 , line $L : \vec{r} = (-\hat{i} - 6\hat{j}) + \lambda(a\hat{i} + b\hat{j})$, where λ is real parameter and curve

$C : y^2 = 8x$. If line L touches curve C , then sum of all possible values of $\frac{a}{b}$ is :

\mathbb{R}^2 में, रेखा $L : \vec{r} = (-\hat{i} - 6\hat{j}) + \lambda(a\hat{i} + b\hat{j})$, जहाँ λ वास्तविक प्राचल तथा बक्स $C : y^2 = 8x$ है।

यदि रेखा L , बक्स C को स्पर्श करती है, तो $\frac{a}{b}$ के सभी सम्भव मानों का योगफल होगा :

- | | |
|--------|--------|
| (A) 3 | (B) 6 |
| (C) -6 | (D) -3 |

Ans. (D)

Sol. L : Passes through $(-1, -6)$

$$\text{Let slope } m \left(m = \frac{b}{a} \right)$$

$$\text{line : } y = mx + m - 6$$

$$\text{for tangent } m - 6 = \frac{2}{m}$$

$$m^2 - 6m - 2 = 0 \begin{cases} m_1 \\ m_2 \end{cases}$$

$$2m^2 + 6m - 1 = 0 \begin{cases} 1/m_1 \\ 1/m_2 \end{cases}$$

$$\therefore \sum \frac{a}{b} = -3$$

6. If the length of the sides of triangle are 3, 5, 6, then which of the following is/are true ?

(A) inradius of given triangle is $\sqrt{\frac{8}{7}}$

(B) circumradius of given triangle is $\frac{45}{4\sqrt{14}}$

(C) inradius of given triangle is $2\sqrt{\frac{8}{7}}$

(D) circumradius of given triangle is $\frac{45}{2\sqrt{14}}$

यदि त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाईयाँ 3, 5, 6 हो, तो निम्न में से कौनसा/कौनसे सत्य होगा/होंगे ?

(A) दिये गये त्रिभुज की अन्तःत्रिज्या $\sqrt{\frac{8}{7}}$ होगी।

(B) दिये गये त्रिभुज की परित्रिज्या $\frac{45}{4\sqrt{14}}$ होगी।

(C) दिये गये त्रिभुज की अन्तःत्रिज्या $2\sqrt{\frac{8}{7}}$ होगी।

(D) दिये गये त्रिभुज की परित्रिज्या $\frac{45}{2\sqrt{14}}$ होगी।

Ans. (A, B)

Sol. $\Delta = \sqrt{7.4.2.1} = \sqrt{56}$

$$s = 7$$

$$r = \frac{\Delta}{s} = \sqrt{\frac{8}{7}}$$

$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{45}{4\sqrt{14}}$$

7. Let $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$. If $A^{-1} = aA^2 - \frac{7}{16}A + bI$, (where I is identity matrix of order 3), then select correct option(s)

माना $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ है। यदि $A^{-1} = aA^2 - \frac{7}{16}A + bI$, (जहाँ I , कोटि 3 का इकाई आव्यूह

है) है, तो सही विकल्प/विकल्पों का चयन कीजिए।

(A) $a = \frac{1}{8}$ (B) $b = \frac{9}{4}$

(C) $a = \frac{1}{16}$ (D) $b = \frac{9}{8}$

Ans. (C, D)

Sol. Characteristic equation

$$\begin{vmatrix} 2-x & 0 & 0 \\ 0 & 1-x & -2 \\ 0 & 1 & 4-x \end{vmatrix} = 0$$

$$(2-x)[(1-x)(4-x)+4]=0$$

$$(2 - x)[4 - 5x + x^2 + 4] = 0$$

$$(2 - x)[x^2 - 5x + 8] = 0$$

$$\Rightarrow -x^3 + 5x^2 - 8x + 2x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow -x^3 - 7x^2 + 18x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow A^3 - 7A^2 + 18A - 16I = 0$$

$$\Rightarrow 16A^{-1} = A^2 - 7A + 18I$$

8. Let $f : R \rightarrow (0, \infty)$ in a continuous function such that

$$f(x) + \frac{1}{f(x)} = e^x + e^{-x} \quad \forall x \in R, \text{ then}$$

- (A) number of such functions $f(x)$ is 1.
 (B) number of such functions $f(x)$ is 2.
 (C) area bounded by $y = f(x)$, x-axis, ordinate $x = -1$ and ordinate $x = 1$ can be

$$e - \frac{1}{e}$$

- (D) area bounded by $y = f(x)$, x-axis, ordinate $x = -1$ and ordinate $x = 1$ can be
 $2e - 2$

माना $f : R \rightarrow (0, \infty)$ में एक संतुलित फलन इस प्रकार है कि $f(x) + \frac{1}{f(x)} = e^x + e^{-x} \quad \forall x \in R$ हो,

तो

- (A) ऐसे फलनों $f(x)$ की संख्या 1 होगी।
 (B) ऐसे फलनों $f(x)$ की संख्या 2 होगी।

- (C) $y = f(x)$, x-अक्ष, कोटि $x = -1$ तथा कोटि $x = 1$ द्वारा परिवद्ध क्षेत्रफल $e - \frac{1}{e}$ हो सकता है।
 (D) $y = f(x)$, x-अक्ष, कोटि $x = -1$ तथा $x = 1$ द्वारा परिवद्ध क्षेत्रफल $2e - 2$ हो सकता है।

Ans. (C, D)

Sol. $f(x) - e^x + \frac{1}{f(x)} - e^{-x} = 0$

$$(f(x) - e^x) + \frac{e^x - f(x)}{e^x f(x)} = 0$$

$$(f(x) - e^x)(e^x f(x) - 1) = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = e^x \text{ or } e^{-x}$$

or $\begin{cases} e^x, & x \geq 0 \\ e^{-x}, & x < 0 \end{cases}$

or $\begin{cases} e^x, & x < 0 \\ -e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$

$$\int_0^1 e^x dx = e - 1$$

$$\int_0^1 e^{-x} dx = 1 - \frac{1}{e}$$

\therefore Area can be $e - 1 + 1 - \frac{1}{e}$

or $e - 1 + e - 1$

or $1 - \frac{1}{e} + 1 - \frac{1}{e}$

9. Let α, β, γ are positive numbers and $2\alpha, \beta, \gamma$ are in harmonic progression. If the roots of quadratic equation $(\beta\gamma)x^2 + (2\alpha\gamma)x + 2\alpha\beta = 0$ are real, then which of the following is/are correct?

माना α, β, γ धनात्मक संख्याएँ हैं तथा $2\alpha, \beta, \gamma$ हरात्मक श्रेणी में हैं। यदि द्विघात समीकरण $(\beta\gamma)x^2 + (2\alpha\gamma)x + 2\alpha\beta = 0$ के मूल वास्तविक हों, तो निम्न में से कौनसा/कौनसे सही होगा/होंगे?

$$(A) |\gamma - 14\alpha| \geq 4\sqrt{3}\alpha \quad (B) |\gamma - 14\alpha| \leq 12\sqrt{3}\alpha$$

$$(C) |\gamma - 14\alpha| \geq 8\sqrt{3}\alpha \quad (D) \beta = \frac{4\alpha\gamma}{2\alpha + \gamma}$$

Ans. (A, C, D)

Sol. $2\alpha, \beta, \gamma$ in H.P.

$\frac{1}{2\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ in A.P.

Given equation $\frac{1}{2\alpha}x^2 + \frac{1}{\beta}x + \frac{1}{\gamma} = 0$

$$D \geq 0$$

$$\left(\frac{1}{\beta}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2\alpha} \cdot \frac{1}{\gamma} \geq 0$$

$$\left(\frac{\frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{\gamma}}{2} \right) - \frac{2}{\alpha\gamma} \geq 0$$

$$\gamma^2 - 28\alpha\gamma + 4\alpha^2 \geq 0$$

$$\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 - 28\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right) + 4 \geq 0$$

$$\left| \frac{\gamma}{\alpha} - 14 \right| \geq 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow |\gamma - 14\alpha| \geq 8\sqrt{3}\alpha$$

- 10.** Consider z_1, z_2, z_3, z_4 are four distinct complex numbers. Let z_3 and z_4 are roots of $z^2 - 10z_1z - 11z_2 = 0$ and z_1, z_2 are roots of $z^2 - 10z_4z - 11z_3 = 0$, then which of the following is/are correct ?

माना z_1, z_2, z_3, z_4 चार विभिन्न सम्मिश्र संख्याएँ हैं। माना $z^2 - 10z_1z - 11z_2 = 0$ के मूल z_3 तथा z_4 हैं तथा $z^2 - 10z_4z - 11z_3 = 0$ के मूल z_1, z_2 हैं, तो निम्न में से कौनसा/कौनसे सही होगा/होंगे ?

- (A) $z_1 + z_4 < z_2 + z_3$ (B) $z_1 + z_4 > z_2 + z_3$
 (C) $z_3 - z_2 > z_1 - z_4$ (D) $z_3 - z_2 < z_1 - z_4$

Ans. (A)

$$\text{Sol. } z_3 + z_4 = 10z_1, z_4^2 - 10z_1z_4 - 11z_2 = 0$$

$$z_1 + z_2 = 10z_4, \quad z_1^2 - 10z_1z_4 - 11z_3 = 0$$

$$\therefore z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 10(z_1 + z_4)$$

$$9(z_1 + z_4) = z_2 + z_3 \quad \dots \quad (1)$$

$$z_3 - z_2 = 11(z_1 - z_4) \quad \dots (2)$$

$$z_4 + z_1 = 131 \text{ and } z_2 + z_3 = 1089$$

- 11.** Consider the system of equations

$$\begin{aligned} px^2 + qx &= 0 \\ rx^2 + sx &= 0 \text{ where } p,q,r,s \in \{2,3,4,6\} \end{aligned}$$

Statement-I: The probability that the system of equations has two solutions is

9
64

Statement-II : It is given that the system of equations has exactly one solution,

then the probability that $p = r$ is $\frac{12}{55}$

माना समीकरणों का निकाय

$$px^2 + qx = 0$$

कथन I : समीकरणों के निकाय के दो हल होने की प्रायिकता $\frac{9}{64}$ है।

कथन II : दिये गये समीकरणों के निकाय का ठीक एक हल है, तो $p = r$ की प्रायिकता $\frac{12}{55}$ है।

तब सही विकल्प होगा/होंगे -

Then the correct option(s) is/are :

- | | |
|---|---|
| <p>(A) Statement I is true
 (C) Statement I is false</p> <p>(A) कथन I सत्य होगा।
 (C) कथन I असत्य होगा।</p> | <p>(B) Statement II is true
 (D) Statement II is false</p> <p>(B) कथन II सत्य होगा।
 (D) कथन II असत्य होगा।</p> |
|---|---|

Ans. (A, B)

$$\text{Sol. St. 1: } \frac{p}{r} = \frac{q}{s}$$

$$\frac{P}{f} = 1 = \frac{q}{s} \Rightarrow 16 \text{ pairs}$$

$$\frac{p}{r} = \frac{2}{3} = \frac{q}{s} \text{ or } \frac{p}{t} = \frac{3}{2} = \frac{q}{s}$$

$$\frac{p}{r} = \frac{1}{2} = \frac{q}{s} \text{ or } \frac{p}{r} = 2 = \frac{q}{s}$$

$$\frac{p}{r} = \frac{1}{3} = \frac{q}{s} \text{ or } \frac{p}{r} = 3 = \frac{q}{s}$$

$$\frac{p}{r} = \frac{3}{4} = \frac{q}{s} \text{ or } \frac{p}{r} = \frac{4}{3} = \frac{q}{s}$$

$$\text{Probability} = \frac{36}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{9}{64}$$

St-2 : p = r, then q ≠ s total favourable = 12×4

$$\text{Probability} = \frac{12 \times 4}{220} = \frac{12}{55}$$

12. Let $g(x)$ is a real valued function which is continuous function on $[0, 2]$ and differentiable in $(0, 1)$, then which of the following is/are always correct?

(A) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ exist

(B) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{3}{2} g(x) \right]$ exist, where $[A]$ denotes greatest integer less than or equal to A

(C) $|g(b)| - \left| g\left(\frac{1}{10}\right) \right| \leq \int_0^1 |g'(x)| dx \quad \forall b \in (0, 1)$

(D) $|g(b)| \leq \int_0^1 (|g'(x)| + |g(x)|) dx \quad \forall b \in (0, 1)$

माना $g(x)$ वास्तविक मान फलन है, जो अन्तराल $[0, 2]$ में संतत फलन तथा अन्तराल $(0, 1)$ में अवकलनीय है, तो निम्न में से कौनसा/कौनसे सदैव सही होगा/होंगे?

(A) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ विद्यमान होगा।

(B) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{3}{2} g(x) \right]$ विद्यमान होगा, जहाँ $[A]$, A से कम या बराबर महत्तम पूर्णांक को दर्शाता है।

(C) $|g(b)| - \left| g\left(\frac{1}{10}\right) \right| \leq \int_0^1 |g'(x)| dx \quad \forall b \in (0, 1)$

(D) $|g(b)| \leq \int_0^1 (|g'(x)| + |g(x)|) dx \quad \forall b \in (0, 1)$

Ans. (A, C, D)

Sol. $g(x)$ continuous $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ exist

Let $b \in (0, 1)$

$$\left| \int_{1/10}^b g'(x) dx \right| \leq \int_{1/10}^b |g'(x)| dx \leq \int_0^1 |g'(x)| dx$$

$$\left| g(b) - g\left(\frac{1}{10}\right) \right| \leq \int_0^1 |g'(x)| dx$$

$$|g(b)| - \left| g\left(\frac{1}{10}\right) \right| \leq \int_0^1 |g'(x)| dx \quad \forall b \in (0, 1)$$

$$\therefore |g(b)| \leq \int_0^1 |g'(x)| dx + \left| g\left(\frac{1}{10}\right) \right|$$

$$\leq \int_0^1 |g'(x)| dx + \int_0^1 |g(x)| dx$$

13. Let $f(p, q) = (2p + q)^7$, $h(r) = \left(r^2 - \frac{2}{r}\right)^9$ and $S(p, q, r) = f(p, q).h(r)$, then which of the following is/are correct ?
- Coefficient of p^4q^3 in expansion of $S(p, q, r)$ is $2^{12}.3^1.5^1.7^2$
 - Greatest coefficient in expansion of $S(p, q, r)$ is $2^{13}.3^2.7^2$
 - Number of terms in expansion of $S(p, q, r)$ is 80
 - Sum of coefficient in expansion of $S(p, q, r)$ is -2187

माना $f(p, q) = (2p + q)^7$, $h(r) = \left(r^2 - \frac{2}{r}\right)^9$ तथा $S(p, q, r) = f(p, q).h(r)$ हो, तो निम्न में से

कौनसा/कौनसा सही होगा/होंगे ?

- $S(p, q, r)$ के प्रसार में p^4q^3 का गुणांक $2^{12}.3^1.5^1.7^2$ होगा।
- $S(p, q, r)$ के प्रसार में महत्तम गुणांक $2^{13}.3^2.7^2$ होगा।
- $S(p, q, r)$ के प्रसार में पदों की संख्या 80 होगी।
- $S(p, q, r)$ के प्रसार में गुणांकों का योगफल -2187 होगा।

Ans. (A, B, C, D)

Sol. $S(p, q, r) = (2p + q)^7 \left(r^2 - \frac{2}{r}\right)^9$

$$\begin{aligned} \text{coefficient of } p^4q^3 &= {}^7C_3 2^4.9C_6(-2)^6 \\ &= 2^{12}3.5.7^2 \end{aligned}$$

$$\text{Number of terms} = (7+1)(9+1) = 80$$

$$\text{Sum of coefficients} = 3^7.(-1)^9 = -2187$$

Numerically greatest coefficient

= Product of numerically greatest

coefficient in $f(p, q)$ and $h(r)$

$$= {}^7C_2.2^5.9C_6(-2)^6 = 2^{13}3^27^2$$

14. Let $a\lambda^4 + b\lambda^3 + c\lambda^2 + d\lambda + e = \begin{vmatrix} \lambda^2 + \lambda & \lambda & \lambda + 2 \\ \lambda + 1 & -2\lambda & \lambda - 1 \\ \lambda - 1 & \lambda + 2 & 2\lambda \end{vmatrix}$ be an identity in λ , where

a, b, c, d, e are constants, then the absolute value of a + e is

माना $a\lambda^4 + b\lambda^3 + c\lambda^2 + d\lambda + e = \begin{vmatrix} \lambda^2 + \lambda & \lambda & \lambda + 2 \\ \lambda + 1 & -2\lambda & \lambda - 1 \\ \lambda - 1 & \lambda + 2 & 2\lambda \end{vmatrix}$, λ में एक सर्वसमिका है, जहाँ

a, b, c, d, e अचर हो, तो a + e का निरपेक्ष मान होगा

Ans. (1)

Sol. Put $\lambda = 0$

$$e = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 4$$

15. Let $x_1, x_2, \dots, x_n, n \in N$ are different values of x , where

$$x = (16 + \sqrt{-900})^{1/2} - (16 - \sqrt{-900})^{1/2}, \text{ then value of } \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2)}{25} \right] \text{ is}$$

[Note : [A] denotes greatest integer less than or equal to A]

माना $x_1, x_2, \dots, x_n, n \in N$, x के विभिन्न मान हैं, जहाँ

$$x = (16 + \sqrt{-900})^{1/2} - (16 - \sqrt{-900})^{1/2} \text{ हो, तो } \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2)}{25} \right] \text{ का मान होगा}$$

[नोट : [A], A से कम या बराबर महत्तम पूर्णांक को दर्शाता है]

Ans. (5)

$$\text{Sol. } (16 + \sqrt{-900})^{1/2} = 5 + 3i \text{ or } -5 - 3i$$

$$(16 - \sqrt{-900})^{1/2} = 5 - 3i \text{ or } -5 + 3i$$

$$\therefore x = 6i \text{ or } 10 \text{ or } -10 \text{ or } -6i$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i^2) = -36 + 100 + 100 - 36 = 128$$

16. Let $(ax^2 + by^2 - c)(ax^2 - cy^2 + b) = 0$ represent a hyperbola and an ellipse, where $a, b, c \in \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$. If N is number of possible ordered triplets (a, b, c) , then units digit of N is

माना $(ax^2 + by^2 - c)(ax^2 - cy^2 + b) = 0$ एक अतिपरबलय तथा दीर्घवृत्त को व्यक्त करता है, जहाँ $a, b, c \in \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ है। यदि N, संभव क्रमित त्रिकों (a, b, c) की संख्या है, तो N का इकाई अंक होगा

Ans. (2)

Sol. Case-I: $ax^2 + by^2 - c = 0$ ellipse

& $ax^2 - cy^2 + b = 0$ hyperbola

then a, b, c have same sign and $a \neq b$

\Rightarrow 36 triplets

Case-II: $ax^2 + by^2 - c = 0$ hyperbola

& $ax^2 - cy^2 + b = 0$ ellipse

then b, c have same sign and a, c

have opposite sign and $|a| \neq |c|$

\Rightarrow 36 triplets

\therefore 72 triplets.

17. Let Curve $y = x^2 + 1$ passes through point $P(a, b)$, $a \neq 0$ and tangent and normal at point P intersect x-axis at A and B respectively. If area of circumcircle of ΔAPB is minimum, then value of $[24a^2]$ is

[Note : [X] denotes the largest integer less than or equal to X]

माना वक्र $y = x^2 + 1$, बिन्दु $P(a, b)$, $a \neq 0$ से गुजरता है तथा बिन्दु P पर खांची गई स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब x-अक्ष को क्रमशः A तथा B पर प्रतिच्छेद करता है। यदि त्रिभुज APB के परिवृत्त का क्षेत्रफल न्यूनतम हो, तो $[24a^2]$ का मान होगा

[नोट : [X], X से कम वा बराबर महत्तम पूर्णांक को दर्शाता है]

Ans. (3)

$$\text{Sol. } P(a, b) = (a, a^2 + 1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{(a, a^2+1)} = 2a$$

$$\therefore A\left(a - \frac{a^2 + 1}{2a}, 0\right), B\left(a + 2a(a^2 + 1), 0\right)$$

$\because \Delta APB$ is right angle at P
Area minimum \Rightarrow AB minimum

$$\Rightarrow 2a(a^2 + 1) + \frac{a^2 + 1}{2a} \text{ is minimum}$$

$$\Rightarrow 2a^3 + \frac{5}{2}a + \frac{1}{2a} \text{ is minimum}$$

it is minimum at $a^2 = \frac{-5 + \sqrt{73}}{24}$ by first derivative test

18. In \mathbb{R}^3 , consider plane $x + y + z = 18$ intersect the curve $\frac{|x-1|}{1} = \frac{|y-2|}{2} = \frac{|z-3|}{3}$ at points A_1, A_2, \dots, A_n . If S is area of convex polygon whose vertices are A_1, A_2, \dots, A_n , then the value of $\lceil \sqrt{S} \rceil$ is

[Note : $[S]$ denotes the largest integer less than or equal to S]

\mathbb{R}^3 में, माना समतल $x + y + z = 18$ वक्र $\frac{|x-1|}{1} = \frac{|y-2|}{2} = \frac{|z-3|}{3}$ को बिन्दु A_1, A_2, \dots, A_n

A_n पर प्रतिच्छेद करता है। यदि S उत्तल बहुभुज का क्षेत्रफल है जिसके शीर्ष A_1, A_2, \dots, A_n हैं, तो

$\lceil \sqrt{S} \rceil$ का मान होगा

[नोट : $[S]$, S से कम या बराबर महतम पूर्णांक को दर्शाता है]

Ans. [7]

$$\text{Sol. } \frac{|x-1|}{1} = \frac{|y-2|}{2} = \frac{|z-3|}{3}$$

we get line

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \quad \dots \text{(i)}$$

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \quad \dots \text{(ii)}$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3} \quad \dots \text{(iii)}$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3} \quad \dots \text{(iv)}$$

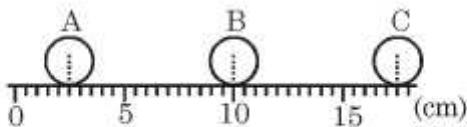
intersection points of these lines with plane $x + y + z = 18$ are $(3, 6, 9)$, $(-2, 8, 12)$, $(7, -10, 21)$

$$\therefore S = 36\sqrt{3}$$

RITS-33-SOLUTIONS PAPER-1 PHYSICS

19. A cylindrical can is rolled along a ruler as shown. The can rolls over twice while moving from A to C. The diameter of can is :

एक बेलनाकार केन चित्रानुसार एक पैमाने के अनुदिश लटकायी जाती है। यह केन A से C तक जाने के दौरान दो बार लटकती है। केन का व्यास होगा :-



- (A) 2 cm (B) 2.38 cm
 (C) 2.39 cm (D) 2.4 cm

Ans. (D)

$$\text{Sol. } d = \frac{\text{air}}{\pi} = \frac{7.5\text{cm}}{3.14} = 2.387 \approx 2.4 \text{ cm}$$

20. The nuclear reaction James Chadwick used in his experiment to identify the neutron was $\alpha + {}^{11}\text{B} \rightarrow \text{n} + {}^{14}\text{N}$. Assume that the α particle had energy 5.3 MeV and that the ${}^{11}\text{B}$ was at rest; $M({}^{11}\text{B}) = 11.009305$ u. If the kinetic energy of the ${}^{14}\text{N}$ is 0.8 MeV, what energy would the neutron have? $M_{\text{He}} = 4.00260$ u, $M_n = 1.00867$ u, $M_N = 14.00307$ u

वैज्ञानिक James Chadwick द्वारा न्यूट्रोन की पहचान के लिए किये गये प्रयोग में प्रयुक्त नाभिकीय अभिक्रिया $\alpha + {}^{11}\text{B} \rightarrow \text{n} + {}^{14}\text{N}$ थी। माना α कण की ऊर्जा 5.3 MeV थी तथा ${}^{11}\text{B}$ विरामावस्था में था एवं $M({}^{11}\text{B}) = 11.009305 \text{ u}$ है। यदि ${}^{14}\text{N}$ की गतिज ऊर्जा 0.8 MeV हो तो न्यूट्रोन की ऊर्जा क्या होगी

$$(M_{He} = 4.00260 \text{ u}, M_p = 1.00867 \text{ u}, M_N = 14.00307 \text{ u})$$

Ans. (C)

$$\begin{aligned} \text{Sol. } Q &= (M_N + M_n) - (M_B + M_{He}) \\ &= -0.000165 \times 931.5 \\ &= -0.15 \text{ MeV} \end{aligned}$$

21. An equiconvex lens has an aperture of diameter 6 cm. At the centre, its thickness is 0.2 cm. If it is made of material of refractive index 1.6, what is its focal length?

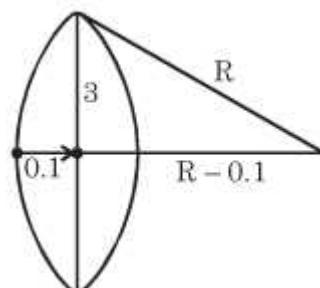
एक समोत्तल लौन्स के द्वारक का व्यास 6 cm है। केन्द्र पर इसकी मोटाई 0.2 cm है। यदि यह 1.6 अपवर्तनांक वाले पदार्थ से बना हो तो इसकी फोकस दूरी क्या है ?

Ans. (C)

$$\begin{aligned} R^2 &= (R - 0.1)^2 + 3^2 \\ &= R^2 + 9.01 - 0.2 R \\ R &= 45.05 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-R} \right) = \frac{0.6}{10} \times \frac{2}{4.5} = \frac{2}{75}$$

$\Rightarrow f = 37.5 \text{ cm}$



22. A rod of specific gravity 0.7 is found to be stretched by one millimetre when suspended vertically and loaded with a weight of lead of specific gravity 11, the volume of the weight being equal to that of the rod. What fundamental (approximately) frequency will the rod alone emit when clamped at the middle and rubbed longitudinally?

विशिष्ट गुरुत्व 0.7 वाली एक छड़ को ऊर्ध्वाधर लटकाकर इस पर विशिष्ट गुरुत्व 11 वाला सीसे का भार लटकाने पर यह छड़ एक मिलीमीटर विस्तारित हो जाती है। भार का आयतन छड़ के तुल्य है। यह छड़ मध्य में से कीलकीत कर इसे अनुदैर्घ्य रूप से रगड़ने पर केवल इस छड़ द्वारा निर्गत मूलभूत आवृत्ति (लगभग) होगी ?

- (A) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1100g}{7}}$ (B) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{11 \times 10^4 g}{7}}$
 (C) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{770g}{3}}$ (D) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{7 \times 10^3 g}{11}}$

Ans. (B)

$$\text{Sol. } \frac{11 \times V \times g}{A} = Y \times \frac{1 \times 10^{-3}}{\ell}$$

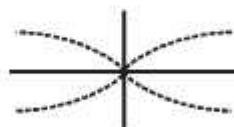
$$\frac{11Vg}{V/\ell} = \frac{Y \times 10^{-3}}{\ell}$$

$$\frac{Y}{\ell^2} = 11 \times 10^4$$

$$\ell = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2\ell$$

$$f = \frac{v}{2\ell} = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{11 \times 10^4}{0.7}}$$



23. A raindrop as it falls through fog or mist collects mass at a uniform rate. The drop starts from rest with zero radius and remains spherical at all times. The acceleration with which it falls
 (A) is constant and equal to $g/2$ (B) is constant and equal to $g/3$
 (C) increases with time (D) decreases with time

वर्षा की बूँद धुएँ अथवा कोहरे में से गिरते हुए एक समान दर से वृद्धमान एकत्रित करती जाती है। यह बूँद विरामावस्था से शून्य त्रिज्या के साथ गिरना प्रारम्भ होती है तथा हर समय गोलाकार बनी रहती है। यह जिस त्वरण से गिरती है, उसका मान

- (A) नियत तथा $g/2$ के बराबर है। (B) नियत तथा $g/3$ के बराबर है।
 (C) समय के साथ बढ़ता जाता है। (D) समय के साथ घटता जाता है।

Ans. (A)

Sol. $\frac{dm}{dt} = k$

$$mgdt = (m + dm)(v + dv) - mv \\ = mdv + vdm$$

$$mg = \frac{mdv}{dt} + \frac{vdm}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{vdm}{dt} = \frac{g - kv}{kt}$$

$$a = g - \frac{v}{t}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{v}{t}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{t} = g$$

$$\int t dv + v dt = \int gt dt$$

$$vt = \frac{gt^2}{2}$$

$$v = \frac{gt}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{g}{2}$$

24. A long cylindrical conductor whose axis is coincident with the z axis has an internal magnetic field given by

$$B = \frac{\mu_0 J_0 r}{6a} (3a - 2r)$$

where a is the conductor's radius.

- (A) The total current flowing in the conductor is $\frac{J_0 \pi a^2}{3}$.
- (B) The magnetic field outside the conductor is $\frac{\mu_0 J_0 \pi a^2}{6r}$.
- (C) The current density is maximum at the axis of the conductor.
- (D) The current density is minimum at the axis of the conductor.

एक लम्बे बेलनाकार चालक की अक्ष, z अक्ष के संपाती है तथा इसके अंदर चुम्बकीय क्षेत्र निम्न प्रकार दिया जाता है

$$B = \frac{\mu_0 J_0 r}{6a} (3a - 2r)$$

जहाँ a चालक की त्रिज्या है।

- (A) चालक में प्रवाहित कुल धारा $\frac{J_0 \pi a^2}{3}$ है।
- (B) चालक के बाहर चुम्बकीय क्षेत्र $\frac{\mu_0 J_0 \pi a^2}{6r}$ है।
- (C) चालक की अक्ष पर धारा घनत्व अधिकतम है।
- (D) चालक की अक्ष पर धारा घनत्व न्यूनतम है।

Ans. (A, C)

Sol. $\frac{\mu_0 i}{2\pi a} = \frac{\mu_0 J_0}{6} (3a - 2a)$

$$i = \frac{J_0 \pi a^2}{3}$$

25. A long cylindrical wire of radius r carries a current I that is uniform over its cross section. Assume that the wire radiates like a black body into vacuum. Its resistivity ρ is constant, and coefficient of thermal conductivity k is also constant. Choose the correct statement (s) :

- (A) The maximum temperature of the wire is at its surface.
- (B) The maximum temperature of the wire is at a distance $\frac{3r}{4}$ from the axis.
- (C) The surface temperature is directly proportional to the radius of the wire.
- (D) The rate of heat loss is inversely proportional to the square of the radius of the wire.

त्रिज्या r वाले एक लम्बे बेलनाकार तार में I धारा प्रवाहित हो रही है जो इसके अनुप्रस्थ काट पर एक समान है। माना तार निर्वात के अन्दर कृष्ण पिण्ड की तरह विकिरण विकिरित करता है। इसकी प्रतिरोधकता ρ तथा तापीय चालकता गुणांक k नियत है। सही कथन चुनिये:-

- (A) तार का अधिकतम तापमान इसकी सतह पर है।
- (B) तार का अधिकतम तापमान अक्ष से $\frac{3r}{4}$ दूरी पर है।
- (C) पृष्ठीय तापमान, तार की त्रिज्या के सीधे समानुपाती है।
- (D) ऊपरा हास की दर, तार की त्रिज्या के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती है।

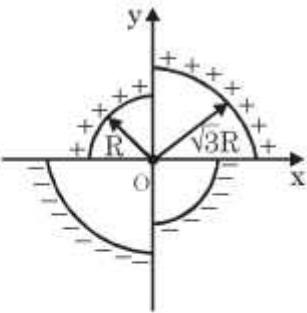
Ans. (A, D)

$$\text{Sol. } \frac{dH}{dt} = k \times 2\pi x \ell \frac{dT}{dx} = I^2 \times \frac{\rho \ell}{\pi x^2}$$

$$2\pi R \ell \sigma T^4 = I^2 \times \frac{\rho \ell}{\pi R^2}$$

$$T \propto \frac{1}{R^{3/4}}$$

26. In the figure there are four arcs carrying positive or negative charge all of them have same charge density λ , then correct alternative is :



- (A) The net dipole moment for the given charge distribution is $4\sqrt{5}\lambda R^2$
- (B) The resultant electric field at the center and at any point on the axis passing through point O and perpendicular to the plane of arcs are in same direction.
- (C) If a uniform electric field is switched on perpendicular to the plane then the charge distribution starts rotating about x-axis
- (D) Potential at the center of the given charge distribution is non zero.

प्रदर्शित चित्र में चार चारों पर समान आवेश घनत्व λ वाले धनावेश या ऋणावेश स्थित हैं। सही कथन चुनिये :

- (A) दिये गये आवेश वितरण के लिये कुल द्विध्रुव आधूर्ण $4\sqrt{5}\lambda R^2$ है।
- (B) केन्द्र पर परिणामी विद्युत क्षेत्र तथा चारों के तल के लम्बवत् खंड O से गुजरने वाली अक्ष पर किसी बिन्दु पर परिणामी विद्युत क्षेत्र समान दिशा में है।
- (C) यदि तल के लम्बवत् एक समरूप विद्युत क्षेत्र चालू किया जाये तो आवेश वितरण x-अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करना प्रारम्भ कर देगा।
- (D) दिये गये आवेश वितरण के केन्द्र पर विभव अशून्य है।

Ans. (A, B)

Sol. $\vec{p} = \sum q_i \cdot \vec{r}_i$

$$= 2 \int_0^{\pi/2} \lambda \sqrt{3} R d\theta \times \sqrt{3} R (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j})$$

$$+ \int_{\pi/2}^{\pi} \lambda R d\theta \times R (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j})$$

$$= 6\lambda R^2 (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda R^2 (-\hat{i} - \hat{j})$$

$$= 6\lambda R^2 (\hat{i} + \hat{j}) + 2\lambda R^2 (-\hat{i} + \hat{j})$$

$$= 4\lambda R^2 (\hat{i}) + 8\lambda R^2 (\hat{j})$$

$$4\sqrt{5}\lambda R^2$$

27. The kinetic energy of an electron is q times smaller than energy of the photon. Its momentum is q times larger than that of the photon. In which of the following cases is photon visible?

किसी इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा, फोटोन की ऊर्जा से q गुना कम है। इसका संबंध फोटोन की तुलना में q गुना अधिक है। निम्न में किस स्थिति में फोटोन दिखाई देगा?

(Take : $\frac{h}{2mc} = 1.2 \times 10^{-12} \text{ m}$)

- (A) $q = 100$ (B) $q = 1000$
 (C) $q = 10$ (D) $q = 70$

Ans. (D)

$$\text{Sol. } \frac{p^2}{2m} = \frac{hc}{q\lambda}$$

$$p = q \frac{h}{\lambda}$$

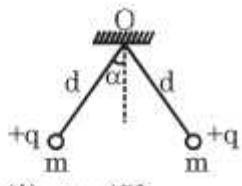
$$\Rightarrow \frac{p^2}{2m} = \frac{c}{q} \times \frac{p}{q}$$

$$\frac{h}{2mc} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{2 \times 9 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8}$$

$$= \frac{1.1}{9} \times 10^{-11} = 1.2 \times 10^{-12}$$

- (A) $q = 100 \Rightarrow \lambda = 1.2 \times 10^{-6} = 1200 \text{ nm}$
 (B) $q = 1000 \Rightarrow \lambda = 12 \times 10^5 \text{ nm}$
 (C) $q = 10 \Rightarrow \lambda = 1.2 \times 10^{-9} = 1.2 \text{ nm}$
 (D) $q = 70 \Rightarrow \lambda = 343 \times 1.2 \text{ nm} \approx 400 \text{ nm}$

28. Two small balls of mass m each are suspended from O by light inextensible threads of length d . They are in equilibrium. Angle α is such that electric field at O is maximum. In this situation angle made by string with the vertical is α : प्रत्येक m द्रव्यमान वाली दो छोटी गेंदों को d लम्बाई के हल्के अवितान्य धारणों द्वारा O से लटकाया गया है। ये साम्यावस्था में हैं। कोण α का मान इस प्रकार है कि O पर विद्युत क्षेत्र अधिकतम होता है। इस स्थिति में ऊर्ध्वाधर से रस्सी द्वारा बनाया गया कोण α हो तो :



$$(A) \alpha = 45^\circ$$

$$(B) \alpha = 60^\circ$$

$$(C) q = d \sqrt{\frac{mg}{k}} \times \sqrt{3\sqrt{3}}$$

$$(D) q = d \sqrt{\frac{2mg}{k}}$$

Ans. (B, C)

Sol. $mg = T \cos \alpha$

$$\frac{kq^2}{(2d \sin \alpha)^2} = T \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{kq^2}{4d^2 mg \sin^2 \alpha}$$

$$E = \frac{2kq}{d^2} \cos \alpha$$

$$q = \sqrt{\frac{4d^2 mg \sin^3 \alpha}{k \cos \alpha}}$$

$$E = \frac{2k}{d^2} \times \sqrt{\frac{4d^2 mg \sin^3 \alpha}{k \cos \alpha}} \times \cos \alpha$$

$$E = \frac{2\sqrt{kmg}}{d} \times \sin^{3/2} \alpha \cos^{1/2} \alpha$$

$$\frac{dE}{d\alpha} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \sin^{1/2} \alpha \times \cos^{3/2} \alpha$$

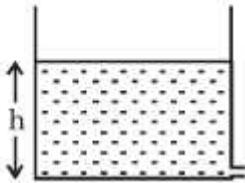
$$-\frac{1}{2} \cos^{-1/2} \alpha \times \sin^{3/2} \alpha \times \sin \alpha = 0$$

$$3 \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

29. A large tank has water filled in upto a height h . A small pipe of radius r is fitted at the bottom of the side wall as shown. Case 1- assume water to be non viscous liquid case-2 assume water to be viscous liquid. The exit is partially closed so that the radius becomes $r/2$:



- (A) In case 1, the velocity of efflux is quadrupled.
- (B) In case 1, the velocity of efflux remains almost the same.
- (C) In case 2, the velocity of efflux is quadrupled.
- (D) In case 2, the velocity of efflux remains almost the same.

एक बड़े टंक में h ऊँचाई तक जल भरा जाता है। त्रिज्या r वाला एक छोटा पाइप चिप्रानुसार इसकी एक दीवार पर पैदे पर लगा दिया जाता है। प्रकरण-1 में जल को अश्वान द्रव तथा प्रकरण-2 में जल को श्वान द्रव मानिये। छिद्र को आंशिक रूप से इस प्रकार बंद कर दिया जाता है कि त्रिज्या $r/2$ हो जाती है:

- (A) प्रकरण 1 में बहिस्त्राव का वेग चार गुना हो जाता है।
- (B) प्रकरण 1 में बहिस्त्राव का वेग लगभग समान ही बना रहता है।
- (C) प्रकरण 2 में बहिस्त्राव का वेग चार गुना हो जाता है।
- (D) प्रकरण 2 में बहिस्त्राव का वेग लगभग समान ही बना रहता है।

Ans. (B)

Sol. (1) $v = \sqrt{2gh} \rightarrow$ independent of radius

$$(2) \Delta v = \frac{\pi \Delta p r^4}{8 \eta \ell}$$

$$\Rightarrow v \propto r^2$$

30. A 24 cm thick vertical glass plate of index 1.5 divides a tank, filled with water of index 4/3, into two sections. A submerged swimmer in each section is 24 cm from the nearer face of the plate.

- (A) they appear to each other at a distance of 69.333 cm
- (B) If the water is drained from first section the other swimmer appears to the man in first section at 58 cm.
- (C) If the water is drained from first section the other man appears to the swimmer in second section at 77.33 cm.
- (D) If the water is drained from first section the other swimmer appears to the man in first section at 64 cm.

अपवर्तनांक 1.5 वाली एक 24 cm मोटी ऊर्ध्वाधर काँच की प्लेट 4/3 अपवर्तनांक वाले जल से भरे हैं। प्रत्येक खण्ड में एक दूबा हुआ तैराक प्लेट के निकटतम फलक से 24 cm दूरी पर है।

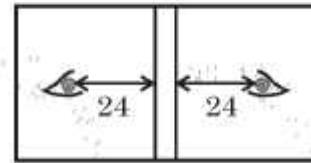
- (A) ये एक-दूसरे को 69.333 cm दूरी पर दिखाई देते हैं।
- (B) यदि प्रथम खण्ड के जल को निकाल लिया जाये तो प्रथम खण्ड वाले तैराक को दूसरा तैराक 58 cm की दूरी पर दिखाई देगा।
- (C) यदि प्रथम खण्ड के जल को निकाल लिया जाये तो द्वितीय खण्ड वाले तैराक को दूसरा तैराक 77.33 cm की दूरी पर दिखाई देगा।
- (D) यदि प्रथम खण्ड के जल को निकाल लिया जाये तो प्रथम खण्ड वाले तैराक को दूसरा तैराक 64 cm की दूरी पर दिखाई देगा।

Ans. (A, B, C)

Sol. (A) $1.5 + \frac{12.4}{50} \times 0.5 = 1.624 \text{ mm}$

$$= 24 \times \frac{0.5}{4.5} = \frac{8}{3}$$

$$\text{dist} = 72 - \frac{8}{3} = 69.33 \text{ cm}$$



(B) $\text{NS} = 24 \left(1 - \frac{1}{1.5}\right) + 24 \left(1 - \frac{1}{4/3}\right)$

$$= 8 + 6 = 14$$

$$\text{dist} = 72 - 14 = 58 \text{ cm}$$

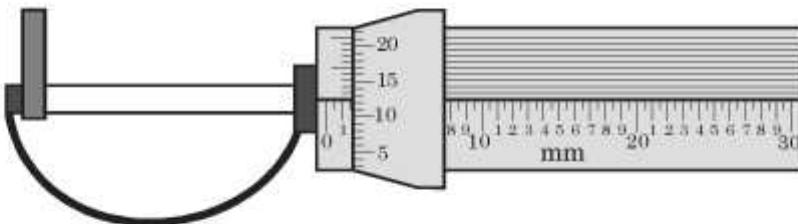
(C) $\frac{d_{\text{app}}}{4/3} = \frac{24}{1} + \frac{24}{1.5}$

$$d_{\text{app}} = \frac{160}{3}$$

$$\text{dist} = 24 + \frac{160}{3} = 77.33 \text{ cm}$$

31. Find the reading of the micrometer. The least count of the mains scale is 0.5 mm and the circular scale has 50 divisions. Also, there are divisions further made on the spindle. 10 divisions match with 9 divisions of circular scale.

प्रदर्शित माइक्रोमीटर का पारदर्शक ज्ञात कीजिये। मुख्य पैमाने का अल्पतमांक 0.5 mm है तथा वृत्ताकार पैमाने पर 50 भाग हैं। यहाँ धुरी (spindle) पर भाग बने हैं। 10 भाग वृत्ताकार पैमाने के 9 भागों के साथ मिलते हैं।



Ans. (C)

$$\text{Sol. } 1.5 + \frac{12.4}{50} \times 0.5 = 1.624 \text{ mm}$$

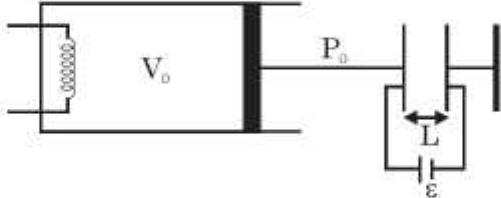
32. An ideal gas is enclosed in a cylinder fitted with a frictionless piston. The piston is connected with a light rod to one plate of capacitor whose other plate is fixed as shown. Initially volume of the gas inside the cylinder is V_0 . Atmospheric pressure is P_0 , separation between the plates is L , area of the piston as well as of the capacitor plates is A and emf of battery is ϵ . A heater supplies heat to the gas so

that pressure of the gas is given as $P = P_0 - \frac{n\epsilon_0 \epsilon^2}{L^2}$, when piston is displaced by

a distance $\frac{L}{2}$. Find value of n .

धर्षणरहित पिस्टनयुक्त बेलन में एक आदर्श गैस भरी हुई है। यह पिस्टन संधारित्र की एक प्लेट से एक हल्की छड़ा द्वारा जुड़ा हुआ है तथा संधारित्र की दूसरी प्लेट स्थिर है, चित्र देखें। प्रारम्भ में बेलन के अंदर गैस का आयतन V_0 है। वायुमण्डलीय दाब P_0 , प्लेटों के मध्य दूरी L , पिस्टन तथा संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A व बैटरी का विद्युत वाहक बल ϵ है। एक हीटर गैस को ऊष्मा प्रदान करता है ताकि गैस का

दाब $P = P_0 - \frac{n\epsilon_0 \epsilon^2}{L^2}$ द्वारा दिया जा सके, जब पिस्टन $\frac{L}{2}$ दूरी तय कर चुका हो। n का मान ज्ञात कीजिये।



Ans. (2)

$$\text{Sol. } PA + \frac{Q^2}{2A\epsilon_0} = P_0 A$$

$$P = P_0 - \frac{Q^2}{2A^2\epsilon_0}$$

$$Q = \frac{\epsilon_0 A}{x} \epsilon$$

$$\frac{Q^2}{A^2} = \frac{\epsilon_0^2 \epsilon^2}{x^2}$$

$$P = P_0 - \frac{\epsilon_0 \epsilon^2}{2 \times \frac{L^2}{4}}$$

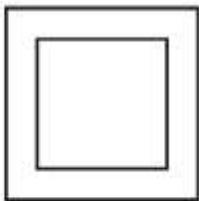
$$= P_0 - \frac{2\epsilon_0 \epsilon^2}{L^2}$$

33. A refrigerator can be taken to be thermally equivalent to a cork board box of 90 mm thick, 6m^2 inner surface area. When the door of the refrigerator is closed, inside wall is kept, on the average, 21°C below the temperature of the outside wall. Find the rate at which heat must be taken (in the unit of kW) from the interior when the motor is running. [Take thermal conductivity of cork wood $K = 5 \text{ W/mK}$]. Assume thickness is small as compared to other dimensions.

एक रेफ्रिजरेटर (प्रश्नीतक) को ऊर्ध्वाय रूप से 90 mm मोटाई तथा 6m^2 आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले एक कॉर्क बोर्ड बॉक्स के रूप में माना जा सकता है। जब प्रश्नीतक का दरवाजा बंद किया जाता है तो आंतरिक दीवार को औसतन बाहरी दीवार के तापमान से 21°C कम पर रखा जाता है। जब मोटर चल रही होती है तो अंदर से ऊर्ध्वा किस दर (kW की इकाई में) से लेनी होगी? कॉर्क लकड़ी की तापीय चालकता $K = 5 \text{ W/mK}$ है। माना मोटाई, अन्य विमाओं की तुलना में अल्प है।

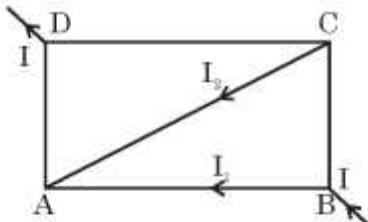
Ans. (7)

Sol.



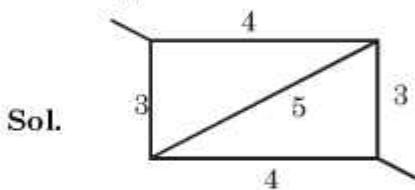
$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt} &= \frac{0.5 \times 6 \times 21}{9 \times 10^{-2}} \\ &= 7000 \\ &= 7 \times 10^3 \text{ W}\end{aligned}$$

34. A nichrome wire of uniform cross-sectional area is bent to form a rectangular loop ABCD. Another nichrome wire of the same cross-section is connected to form the diagonal AC. If the potential difference across BD is V_{BD} , the ratio of I_1/I_2 is found to be n. What is the value of n ?
(Given AB = 4 units and BC = 3 units).



एक समान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले नाइक्रोम तार को एक आयताकार लूप ABCD के रूप में मोड़ा जाता है। समान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले एक अन्य नाइक्रोम तार को विकर्ण AC के रूप में जोड़ा जाता है। यदि BD पर विभवान्तर V_{BD} हो तो I_1/I_2 का अनुपात n प्राप्त होता है। n का मान ज्ञात कीजिये ?
(AB = 4 इकाई व BC = 3 इकाई हैं।)

Ans. (8)



$$R = \frac{\rho \ell}{A} \rightarrow \text{take } \frac{\rho}{A} = 1$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x-10}{3} + \frac{2x-10}{5} = 0$$

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{3} + \frac{2x}{5} = \frac{2+10}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{15x + 20x + 24x}{60} = \frac{16}{3}$$

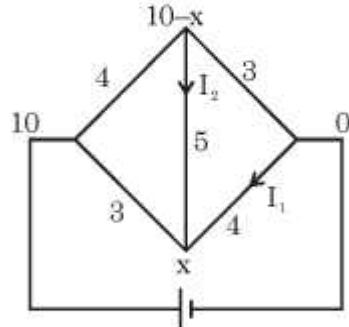
$$59x = 320$$

$$x = \frac{320}{59}$$

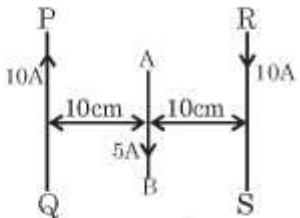
$$I_1 = \frac{\frac{320}{59}}{4} = \frac{80}{59}$$

$$I_2 = \frac{2 \times \frac{320}{59} - 10}{5} = \frac{10}{59}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = 8$$



35. A conductor AB of length 10 cm is placed at a distance of 10 cm from an infinitely long conductor PQ carrying 10A. There is another infinitely long conductor RS carrying 10 A but in the opposite direction to that of AB. If the distance between RS and the conductor is 10 cm, the work done by the conductor in moving AB towards RS by 5 cm is given by $n \mu\text{J}$. What is the value of n? Round off to nearest integer.



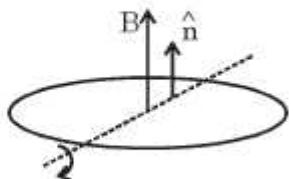
लम्बाई 10 cm वाले एक चालक AB को 10A धारा वाले एक अनन्त लम्बे चालक PQ से 10 cm दूरी पर रखा जाता है। यहाँ 10A धारा वाला एक अन्य अनन्त लम्बा चालक RS भी विद्युमान है जिसमें धारा AB की विपरीत दिशा में बह रही है। यदि RS व चालक के मध्य दूरी 10 cm हो तो AB को RS की ओर 5 cm से जाने में चालक द्वारा किया गया कार्य $n \mu\text{J}$ प्राप्त होता है। n का मान निकटतम पूर्णांक में दीजिये।

Ans. (1)

$$\text{Sol. } F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \ell}{2\pi} \left[\frac{1}{10+x} + \frac{1}{10-x} \right]$$

$$\begin{aligned} \omega &= F dx = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \ell}{2\pi} \left(\int \frac{dx}{10+x} + \int \frac{1}{10-x} \right) \\ &= 2 \times 10^{-7} \times 10 \times 5 \times 0.1 \left[\ell \ln|10+x|_0^5 - \ell \ln|10-x|_0^5 \right] \\ &= 10^{-6} \left[\ell \ln \frac{1.5}{0.5} \right] \\ &= 10^{-6} \times \ell \ln 3 = 1.09 \times 10^{-6} \text{ J} \\ &\approx 1 \mu\text{J} \end{aligned}$$

36. A single coil of area 0.5 m^2 is held such that its face is perpendicular to a uniform magnetic field $B = 0.5 \text{ T}$. It is given a sudden angular velocity of 2 rad/s . The coil has a resistance of 5Ω . It comes to rest after n revolutions. Fill n in OMR sheet. The mass of coil is 1kg .



क्षेत्रफल 0.5 m^2 वाली एकल कुण्डली को इस प्रकार रखा जाता है कि इसका फलक $B = 0.5 \text{ T}$ के समरूप चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है। इसे अचानक 2 rad/s कोणीय वेग दिया जाता है। कुण्डली का प्रतिरोध 5Ω है। यह n चक्कर लगाने के बाद विरामावस्था में आ जाती है। कुण्डली का द्रव्यमान 1kg हो तो n का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. (4)

$$\text{Sol. } \tau = \vec{M} \times \vec{B}$$

$$\frac{m^2 r}{2} \frac{d\omega}{dt} = -iAB \sin \theta$$

$$i = \frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{R} \times BA \sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{mr^2}{2} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{A^2 B^2 \sin^2 \theta}{R} \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{mRr^2}{2} \int_{\omega_0}^0 d\omega = -A^2 B^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta$$

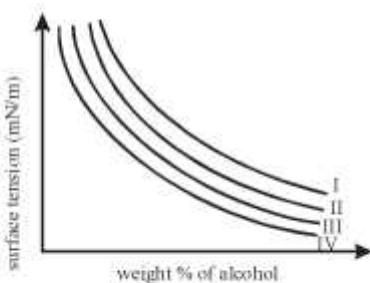
$$\frac{mRr^2}{2} \times \omega_0 = A^2 B^2 \times n\pi$$

$$n = \frac{mRr^2 \omega_0}{2\pi A^2 B^2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{mR\omega_0}{2\pi^2 AB^2} = \frac{1 \times 5 \times 2}{20 \times 0.5 \times 0.25} = 4$$

RITS-33-SOLUTIONS PAPER-1CHEMISTRY

37. Following plot is given between surface tension of aqueous solutions of four different alcohols versus % w/w of alcohols : Methyl alcohol, ethyl alcohol, n-propyl alcohol & n-butyl alcohols
 Which of the following is correctly matched ?



चार अलग-अलग ऐल्कोहॉलों के जलीय विलयनों के पृष्ठ तनाव के विरुद्ध ऐल्कोहॉलों की % w/w के मध्य निम्न आरेख दिया गया है, मेथिल ऐल्कोहॉल, ऐथिल ऐल्कोहॉल, n-प्रोपिल ऐल्कोहॉल तथा n-ब्यूटिल ऐल्कोहॉल

निम्न में से कौनसा सही रूप से सुमेलित है ?

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| (A) IV - n-butyl alcohol | (B) II - n - propyl alchol |
| (C) III - ethyl alchol | (D) IV - methyl alchol |
| (A) IV - n-ब्यूटिल ऐल्कोहॉल | (B) II - n - प्रोपिल ऐल्कोहॉल |
| (C) III - ऐथिल ऐल्कोहॉल | (D) IV - मेथिल ऐल्कोहॉल |

Ans. (A)

38. For a reaction value of Arrhenius parameter $A = 10^7 \text{ s}^{-1}$. If half life for the reaction at 1000K is 693 seconds then activation energy (Ea) for reaction is :
 [Use : $\ln X = 2.3 \log X$]

एक अभिक्रिया के लिये आरहेनियस प्राचल का मान $A = 10^7 \text{ s}^{-1}$ है। 1000K पर अभिक्रिया की अर्द्ध

आयु 693 सैकण्ड है, तो अभिक्रिया की सक्रियण ऊर्जा (Ea) है [प्रयोग करे : $\ln X = 2.3 \log X$]

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (A) 23 kcal / mol | (B) 46 kcal / mol |
| (C) 230 kcal / mol | (D) 460 kcal / mol |

Ans. (B)

Sol. $\log k = \log A - \frac{E_a}{2.3RT}$

$$\log \frac{0.693}{693} = \log 10^7 - \frac{E_a}{2.3 \times 2000}$$

39. Which of the following is an example of pseudohalide ion :

- | | |
|----------------------|-------------------|
| (A) Cyanamide ion | (B) Cyanate ion |
| (C) Both (A) and (B) | (D) None of these |

निम्न में से कौन, छद्म हेलाइड आयन का एक उदाहरण है :

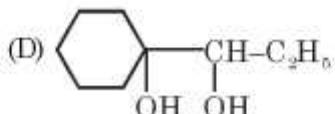
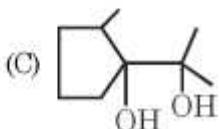
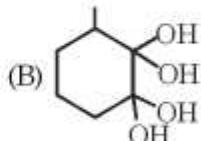
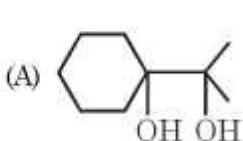
- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| (A) सायनेमाइड आयन | (B) साइनेट आयन |
| (C) (A) तथा (B) दोनों | (D) इनमें से कोई नहीं |

Ans. (C)

41. An organic compound A, $C_9H_{18}O_2$, is readily oxidised by HIO_4 to two compounds $C_6H_{10}O$ & C_3H_6O both of which furnish crystalline semicarbazones. The compound A on boiling with conc. H_2SO_4 furnishes two isomeric ketones with different proportions identified as 2,2,3 trimethyl cyclohexanone & 2,2,6 trimethyl cyclohexanone. A is :

Compound A is:

एक कार्बनिक यौगिक A ($C_9H_{18}O_2$), HIO_4 द्वारा आसानी से ऑक्सीकृत होकर दो यौगिक $C_6H_{10}O$ तथा C_3H_6O देता है दोनों क्रिस्टलीय सेमीकार्बोजोन बनाते हैं यौगिक A को सान्द्र H_2SO_4 के साथ उबालने पर विभिन्न अनुप्राप्ति में दो समावयवी कीटेन प्राप्त होते हैं। जिन्हें 2,2,3 टार्डमेथिल साइक्लोहेप्सेनॉन तथा 2,2,6 टार्डमेथिल साइक्लोहेप्सेनॉन के रूप में पहचाना जाता है। A है-



Ans. (C)

42. In fluorite structure [CaF₂-type]. Which of following statements are/ is true :

 - (A) Anion is inside a cubic void made by the cations
 - (B) For each cation [Ca²⁺] there will be 12 cations [Ca²⁺] which are its second nearest neighbours
 - (C) For each anion [F⁻] there will be four cations which are its nearest neighbours
 - (D) The closest distance between two anions is $\frac{a}{2}$; where a = edge length.

फ्लूओराइट संरचना [CaF₂-type] में, निम्न में से कौनसे कथन सही है/हैं -

(A) ऋणायन धनायनों द्वारा निर्मित एक बनीय रिवित के अन्दर उपस्थित है

(B) प्रत्येक धनायन $[Ca^{2+}]$ के लिये 12 धनायन $[Ca^{2+}]$ ऐसे हैंगे जो इसके द्वितीय निकटतम पड़ौसी हैं।

(C) प्रत्येक ऋणायन $[F^-]$ के लिये चार धनायन ऐसे होंगे जो इसके निकटतम पड़ौसी हैं।

(D) दो ऋणायनों के मध्य निकटतम दूरी $\frac{|a|}{2}$; है जहाँ $a =$ किनारा लम्बाई

Ans. (B, C, D)

43. For the galvanic cell shown below :



Cell potential will increase by :

- (A) Adding KCl(aq) to anodic compartment
- (B) Adding KCl (aq.) to cathodic compartment
- (C) Adding AgCl to cathodic compartment
- (D) Increasing pressure of Cl₂(g)

नीचे दिखाये गये गेल्वेनिक सैल :



के लिये सैल विभव निम्न में से किसके द्वारा बढ़ेगा :

- (A) एनोडिय भाग में KCl(जलीय) मिलाने से
- (B) केथोडिय भाग में KCl(जलीय) मिलाने से
- (C) केथोडिय भाग में AgCl(जलीय) मिलाने से
- (D) Cl₂(g) का दब बढ़ाने से

Ans. (A)

44. Which of the following is/are CORRECT statement/s ?

- (A) H₂ is more rapidly adsorbed on the surface than D₂
- (B) H₂ reacts faster with Cl₂ than D₂
- (C) The density of ionic hydrides is greater than that of the metal from which they were formed
- (D) LiH is most stable hydride among all group I hydrides

निम्न में से कौनसा कथन सही है/हैं ?

- (A) D₂ की तुलना में H₂, सतह पर अधिक तेजी से अधिशोषित होती है
- (B) D₂ की तुलना में H₂, Cl₂ के साथ अधिक तेजी से क्रिया करती है
- (C) आयनिक हाइड्राइडों का घनत्व उस धातु की तुलना में अधिक होता है जिससे वे निर्मित होते हैं
- (D) ग्रूप I के सभी हाइड्राइडों में से LiH सर्वाधिक स्थायी हाइड्राइड है

Ans. (A, B, C, D)

45. Which of the following produce two types of oxyacid when completely react with water :

निम्न में से कौन, जल के साथ पूर्ण रूप से क्रिया करके दो प्रकार के ऑक्सी अम्ल बनाता है :

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| (A) Cl ₂ O ₆ | (B) Mn ₂ O ₇ |
| (C) N ₂ O ₄ | (D) NCl ₃ |

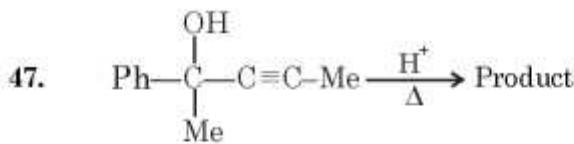
Ans. (A, C)

46. Which of the complex/es is/are optically active and paramagnetic :

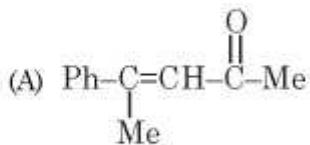
निम्न में से कौनसा संकुल प्रकाशिक सक्रिय तथा अनुचुम्बकीय है/हैं :

- | | |
|--|--|
| (A) [Cr(gly) ₃] ⁰ | (B) [Pt(en) ₃] ⁴⁺ |
| (C) [Ru(en) ₃] ³⁺ | (D) [Zn(gly) ₂] ⁰ |

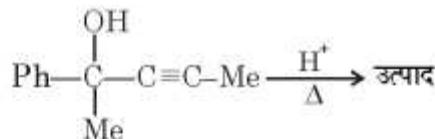
Ans. (A, C)



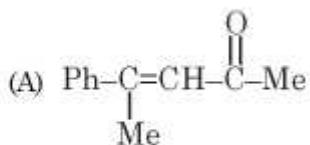
Correct statement about product are :



- (B) Product decolorise Br_2 solution
- (C) Product gives Ag mirror with Tollen's reagents
- (D) Product gives Yellow precipitated with $\text{NaOH} + \text{I}_2$



उत्पाद के बारे में सही कथन हैं-



- (B) उत्पाद, Br_2 विलयन को रंगहीन करता है
- (C) उत्पाद, टॉलेन्स अभिकर्मक के साथ Ag दर्पण देता है
- (D) उत्पाद, $\text{NaOH} + \text{I}_2$ के साथ पीला अवक्षेप देता है

Ans. (A, B, D)

48. What are incorrect statements regarding nitration reaction with different organic substrate?

- (A) For PhCH_3 , o/p ratio is less than 1
- (B) For PhCCl_3 , meta product is the major product
- (C) For PhCH_2Cl , o/p ratio is less than 1
- (D) For PhCHCl_2 , o/p ratio is more than 1

अलग-अलग कार्बनिक क्रियाधारों के साथ नाइट्रीकरण अभिक्रिया के सन्दर्भ में गलत कथन हैं-

- (A) PhCH_3 के लिये o/p अनुपात 1 से कम है
- (B) PhCCl_3 के लिये, मेटा उत्पाद, मुख्य उत्पाद है
- (C) PhCH_2Cl के लिये o/p अनुपात 1 से कम है
- (D) PhCHCl_2 के लिये o/p अनुपात 1 से अधिक है

Ans. (A, D)

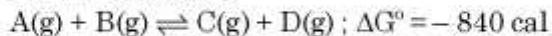
49. To carry out 1-butanol to 1-pentanamine which of the following sequence of reagents can be applied.

1-ब्यूटेनोल को 1-पेन्टेनेमीन में रूपान्तरित करने के लिये, निम्न में से अभिकर्मकों के कौनसे क्रम का प्रयोग किया जा सकता है-

- | | |
|---|---|
| (A) $\text{PBr}_3 ; \text{NaCN} ; \text{LiAlH}_4$ | (B) $\text{SOCl}_2 ; \text{HCN} ; \text{NaBH}_4$ |
| (C) $\text{HCl} + \text{ZnCl}_2 ; \text{KCN} ; \text{H}_2(\text{Ni})$ | (D) $\text{PCC} (\text{CH}_2\text{Cl}_2) ; \text{NH}_3 ; \text{H}_2(\text{Ni})$ |

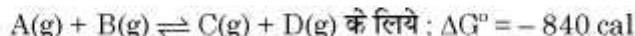
Ans. (A, C)

50. For the reaction :



At 300K A & B gases each at partial pressure of 0.2 atm were reacted. If degree of dissociation of A(g) is α find value of '9 α '? [Use : $\ln 2 = 0.7$]

अभिक्रिया :



300K पर A तथा B प्रत्येक गैस 0.2 atm के आंशिक दाब पर क्रिया करती है A(g) के वियोजन की मात्रा α है तो '9 α ' के मान की गणना कीजिये ? [प्रयोग करें : $\ln 2 = 0.7$]

Ans. (6)

51. An aqueous solution of soluble salt B_2X has concentration of 0.1M.

विलेय लवण B_2X के जलीय विलयन की सान्द्रता 0.1M है

Given data (आंकड़े दिये गये हैं) :

$$K_b(BOH) = 2 \times 10^{-5}$$

$$K_{a_1}(H_2X) = 2 \times 10^{-7}$$

$$K_{a_2}(H_2X) = 5 \times 10^{-10}$$

If concentration of H^+ ions in the solution is 10^{-x} then find value of x :

यदि विलयन में H^+ आयनों की सान्द्रता 10^{-x} है तो x का मान ज्ञात कीजिये :

Ans. (9)

52. Total number of geometrical isomers possible in complex compound $[Pt(NH_2CH_2COO)_2ClBr]$

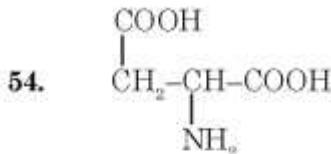
संकुल यौगिक $[Pt(NH_2CH_2COO)_2ClBr]$ के संभावित ज्यामितीय समावयवियों की कुल संख्या क्या है ?

Ans. (6)

53. The number of chiral centres present in sucrose :

सुक्रोस में उपस्थित किरैल केन्द्रों की संख्या है।

Ans. (9)



pKa₁, pKa₂ and pKa₃ of aspartic acid are respectively 1.88, 3.65 and 9.68 what will be the isoelctric point for aspartic acid.

Give your answer in nearest integer.

ऐस्पार्टिक अम्ल के pKa₁, pKa₂ तथा pKa₃ क्रमशः 1.88, 3.65 तथा 9.68 हैं ऐस्पार्टिक अम्ल के लिये समविभव विन्दु क्या होगा ?

अपना उत्तर निकटतम पूर्णक में दीजिये !

Ans. (3)