HINTS & SOLUTIONS

PAPER-1

PART-I : (MATHEMATICS)

1. $\lim_{x\to0}\left\{\frac{\sin x}{x}\right\}^{\frac{1}{\left\{\frac{\tan x}{x}\right\}}}$,(when {.} ....

$\lim_{x\to0}\left\{\frac{\sin x}{x}\right\}^{\frac{1}{\left\{\frac{\tan x}{x}\right\}}}$, (जहाँ ....

Sol. (A)

$\left\{\frac{\sin x}{x}\right\} = \frac{\sin x}{x} - \left[\frac{\sin x}{x}\right] \quad \Rightarrow \lim_{x\to0}\left\{\frac{\sin x}{x}\right\} = 1$

$\left\{\frac{\tan x}{x}\right\} = \frac{\tan x}{x} - \left[\frac{\tan x}{x}\right]$

$\lim_{x\to0}\left\{\frac{\tan x}{x}\right\} = 0$

$\lim_{x\to0}\left\{\frac{\sin x}{x}\right\}^{\frac{1}{\left\{\frac{\tan x}{x}\right\}}} \to 1^{\infty}$ from रूप

Now अब,

$$\lim_{x\to0}\frac{\left\{\frac{\sin x}{x}\right\}-1}{\left\{\frac{\tan x}{x}\right\}} = \lim_{x\to0} = \frac{\frac{\sin x}{x}-\left[\frac{\sin x}{x}\right]-1}{\frac{\tan x}{x}-\left[\frac{\tan x}{x}\right]}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\frac{\sin x}{x}-1}{\frac{\tan}{x}-1} = \lim_{x\to0}\frac{\sin x - x}{\tan x - x} = \frac{-1}{2}$$

2. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$............. be the roots of the equation ....
यदि $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.............समीकरण f(x) = 0 के मूल है ....

Sol. (A)

$\ln f(x) = \ln(x-\alpha) + \ln(x-\beta) + \ln(x-\gamma) + \ldots\ldots \ \forall\ x > \max\{\alpha, \beta, \ldots.\}$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-\alpha} + \frac{1}{x-\beta} + \frac{1}{x-\gamma} + \ldots$$

$= (x-\alpha)^{-1} + (x-\beta)^{-1} + (x-\gamma)^{-1} + \ldots.$

$$= \frac{1}{x}\left[S_0 + S_1\frac{1}{x} + S_2\frac{1}{x^2} + \ldots.\right]$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} S_{m-1}x^{-m}\ \forall x > \max\{\alpha, \beta, \gamma, \ldots..\}$$

3. The number of non-similar isosceles triangles ....
असमरूप समद्विबाहु त्रिभुजों की संख्या, जो समीकरण ....

Sol. (B)

Let माना A = B, then 2A + C = 180° ⇒ tan2A = – tanC ....(1)

Now अब, 2tanA + tanC = 100 ... (2)

From (1) &व (2) से $2\tan A - 100 = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

Let माना tanA = x, then

$f(x) = x^3 - 50x^2 + 50$

$f'(x) = 3x^2 - 100x = 0 \Rightarrow x = 0, 100/3$

$f(0) = 50 > 0,\ f\left(\frac{100}{3}\right) < 0$

⇒ three real roots are possible. But for x > 0, only two roots of x are possible.

⇒ तीन वास्तविक मूल संभावित है। परन्तु x > 0 के लिए x के केवल दो मूल संभव है।

4. If the normal at any given point P on the ellipse ....

यदि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (दिया गया है a > b > 0) के ....

Sol. (B)

Normal at P(acosθ, bsinθ) is axsecθ – by cosecθ = $a^2 - b^2$

P(acosθ, bsinθ) पर अभिलम्ब axsecθ – by cosecθ = $a^2 - b^2$

Homogenising, समघातीय बनाने पर

$$x^2\left(1-\frac{a^4\sec^2\theta}{(a^2-b^2)^2}\right)+y^2\left(1-\frac{a^2b^2\text{cosec}^2\theta}{(a^2-b^2)^2}\right)+\frac{2a^3b}{(a^2-b^2)^2}xy\sec\theta.\text{cosec}\theta=0$$

Now, अब ∠QOR = 90°

$$1-\frac{a^4\sec^2\theta}{(a^2-b^2)^2}+1-\frac{a^2b^2\text{cosec}^2\theta}{(a^2-b^2)^2}=0$$

$a^4 - 5a^2b^2 + 2b^4 = a^4\tan^2\theta + a^2b^2\cot^2\theta$

Apply AM ≥ GM से

5. The tangent to the hyperbola $xy = c^2$ at the point P intersects ....

अतिपरवलय $xy = c^2$ के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा x-अक्ष को T ....

Sol. (C)

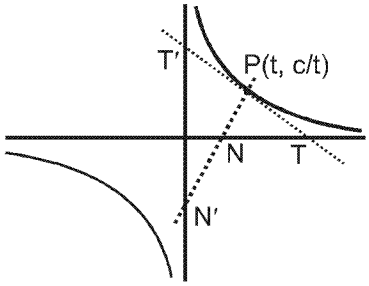
Equation of tangent स्पर्श रेखा का समीकरण

$x + t^2y = 2ct$

$T \equiv (2ct, 0)$

$T' \equiv \left(0, \frac{2c}{t}\right)$

Equation of normal अभिलम्ब का समीकरण



$t^3x - ty = c(t^4 - 1)$

$N \equiv \left(c\left(t - \frac{1}{t^3}\right), 0\right)$

$N' \equiv \left(0, c\left(\frac{1}{t} - t^3\right)\right)$

$NT = -\frac{c}{t^3} - ct$

$N'T' \equiv ct^3 + \frac{c}{t}$

$\Delta = \frac{1}{2} \times \left|\frac{-c}{t^3} - ct\right| \cdot \frac{c}{t} = \frac{c^2(1+t^4)}{2t^4} \Rightarrow \frac{1}{\Delta} = \frac{2t^4}{c^2(1+t^4)}$

$\Delta' = \frac{1}{2}\left(ct^3 + \frac{c}{t}\right)ct = \frac{c^2(t^4+1)}{2} \Rightarrow \frac{1}{\Delta} = \frac{2}{c^2(1+t^4)}$

$\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{\Delta'} = \frac{2}{c^2}$

6. The number of solutions that the equation .....
समीकरण sin(cos(sinx)) = cos(sin(cosx)) .....

Sol. (A)

f(x) = sin(cos(sinx)) – cos(sin(cosx))
f '(x) = cos(cos(sinx)) sin(sinx) (–cosx) – sin(sin(cosx)) cos(cosx) sinx

$f'(x) < 0 \ \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

⇒ f(x) is decreasing , f(0) = sin1 – cos(sin1)
⇒ f(x) ह्रासमान है , f(0) = sin1 – cos(sin1) ... (1)

Nowअब, $\sin1 - \cos(\sin1) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) - \cos(\sin1)$

$\sin1 > \sin\frac{\pi}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \frac{\pi}{2} - 1 < \frac{1}{\sqrt{2}} < \sin1$

⇒ sin1 > cos(sin1)
From (1) से
∴ f(0) = sin1 – cos(sin1) > 0, Similarly इसलिए

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin(\cos1) - 1 < 0$

⇒ only are root. केवल एक मूल

7. Let a, b, c, d are positive integers such that $\log_a b = \frac{3}{2}$ & $\log_c d = \frac{5}{4}$ .....

माना a, b, c, d धनात्मक पूर्णांक इस प्रकार है कि $\log_a b = \frac{3}{2}$ तथा .....

Sol. (C)

$b = a^{3/2}$ & $d = c^{5/4}$ ...(1)
$\Rightarrow b^2 = a^3$ & $d^4 = c^5$ ...(2)
Nowअब, a – c = 9
a, b, c, d are positive integers
a, b, c, d धनात्मक पूर्णांक है।
⇒ a & c must be a perfect square
⇒ a तथा c अवश्य पूर्ण वर्ग है।
a = 25, c = 16

8. The value of cos 20° + cos 40° + ...

Sol. (B)

cos 20° + cos 40° + ... + cos 140°

$= \frac{\sin70^\circ\cos80^\circ}{\sin10^\circ} = \sin 70^\circ$

$= \sin(60^\circ + 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos10^\circ + \frac{1}{2}\sin10^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}\cos10^\circ + \sin10^\circ}{2}$

9. Locus of mid .....
AB के मध्य बिन्दु .....

Ans. (B)

10. If the eccentric angle of a .....
यदि दीर्घवृत्त के किसी बिन्दु के .....

Sol. (D)

Equation of tangent to $y^2 = 8x$ is $yt - x - 2t^2 = 0$ ...(1)
$y^2 = 8x$ की स्पर्श रेखा का समीकरण $yt - x - 2t^2 = 0$ ...(1)

Equation of tangent to ellipse is $\frac{x\cos\theta}{2\sqrt{\alpha}} + \frac{y\sin\theta}{\sqrt{\alpha}} = 1$ ...(2)

दीर्घवृत्त की स्पर्श रेखा का समीकरण $\frac{x\cos\theta}{2\sqrt{\alpha}} + \frac{y\sin\theta}{\sqrt{\alpha}} = 1$ ...(2)

comparing तुलना करने पर $\frac{\sqrt{\alpha}}{\cos\theta} = -t^2, \ \frac{\sqrt{\alpha}}{\sin\theta} = 2t$ ...(3)

If the tangent meets the coordinate axes at A and B then A is $\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{\cos\theta}, 0\right)$, B is $\left(0, \frac{\sqrt{\alpha}}{\sin\theta}\right)$

यदि स्पर्श रेखा, निर्देशांक अक्षों को A तथा B पर मिलता है, तब

$A\left(\frac{2\sqrt{\alpha}}{\cos\theta}, 0\right)$, $B\left(0, \frac{\sqrt{\alpha}}{\sin\theta}\right)$ है।

Let mid point of AB is (h, k)
माना AB का मध्य बिन्दु (h, k) है।

$h = \frac{\sqrt{\alpha}}{\cos\theta}$, $k = \frac{\sqrt{\alpha}}{2\sin\theta}$

$h = -t^2$, $k = t \Rightarrow k^2 = -h$ or या $y^2 = -x$

from (3) से

$$\frac{\alpha}{\sin^2\theta} = \frac{-4\sqrt{\alpha}}{\cos\theta} \Rightarrow \sqrt{\alpha} = -\frac{4\sin^2\theta}{\cos\theta} = 6.$$

11. If both the critical points of $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .....
Ans. (B)

12. The least number of imaginary roots of $f(x) = ax^6 + bx^4 + cx^2 + dx + c$ .....
Ans. (A)
Sol.
11. $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
As both the roots are negative चूंकि दो मूल ऋणात्मक है।

$$\Rightarrow -\frac{2b}{3a} < 0 \text{ and } \frac{c}{3a} > 0$$

$\Rightarrow$ a and b have same sign a और b के चिन्ह समान है।
$\Rightarrow$ a and c have same sign. a और c के चिन्ह समान है।
$\Rightarrow bc > 0$.

12. Case _ I:
a is positive a धनात्मक है।
Case – I (a) : $d > 0$
f(x) have 0 sign of change
and f(– x) have 2 sign of change.
Case – I (b) $d < 0$
f(x) have 2 sign of change
f(–x) have 0 sign of change
$\Rightarrow$ Maximum number of real roots = 2
$\Rightarrow$ Least number of imaginary root = 4.

Case – II
$a < 0$
Case – II (a) : $d > 0$
f(x) have 2 sign of change
f(– x) have 0 sign of change
Case – II (b) : $d < 0$
f(x) have 0 sign of change.
f(– x) have 2 sign of change.
$\Rightarrow$ Maximum number of real roots = 2
$\Rightarrow$ Least number of imaginary root = 4.

13. If number of prime numbers less than .....
यदि ℓ से कम अभाज्य संख्याओं की संख्या .....
Ans. (C)

14. $m^{\log_b \ell}$ is .....
$m^{\log_b \ell}$ है .....
Ans. (D)
Sol. $(\ell nx)^2 + 3\ell nx - 4 \geq 0$

$(\ell nx - 1)(\ell nx + 4) \geq 0$

So $\ell nx \leq -4$ or $\ell n\, x \geq 1$

$x \leq e^{-4}$ $\quad x \geq e$

But $x > 0$

So $x \in (0, e^{-4}] \cup [e, \infty)$

$a = 0, b = 4, c = 1$

13. 2

14. $\sqrt{5}$

15. The real values of k for which the .....
Ans. (D)

16. The real values of k for which the .....
Ans. (C)
Sol. If we take $g(x) = x$, we obtaining LMVT
If we take $g(x) = x$ and $f(a) = 0 = f(b)$, we obtain Rolle's theorem
यदि $g(x) = x$ मान ले तो हमें LMVT प्राप्त होती है।
यदि हम $g(x) = x$ तथा $f(a) = 0 = f(b)$ लेते है, तो रोल प्रमेय प्राप्त होती है।
15. Let α and β be two distinct roots of $f(x) = x^3 - 3x + k = 0$

then $0 < \alpha < \beta < 1$ and $f(\alpha) = f(\beta) = 0$
The function satisfies conditions of Rolle's MVT, so for some $y \in (\alpha,\beta)$
$f'(y) = 0 \Rightarrow 3y^2 - 3y = 0 \Rightarrow y = 0$ or 1 but none of these lies in (α, β) so, $k \in \phi$
15. माना $f(x) = x^3 - 3x + k = 0$ के α और β दो अलग मूल है, तब
तब $0 < \alpha < \beta < 1$ एवं $f(\alpha) = f(\beta) = 0$
फलन $y \in (\alpha, \beta)$ के कुछ मानों के लिए रोल मध्य मान प्रमेय को संतुष्ट करती है।
$f'(y) = 0 \Rightarrow 3y^2 - 3y = 0 \Rightarrow y = 0$ या 1 लेकिन इनमें से कोई भी अन्तराल (α, β) में नहीं आता अतः $k \in \phi$

17. P. $f_1(x) = \left[\frac{4x}{\pi}\right]$ sgn .....

Ans. (C)

Sol. (P) $f_1(x) = \left[\frac{4x}{\pi}\right] \text{sgn}\,(x^2 - x + 1)$

$\because$ $x^2 - x + 1 > 0 \quad \forall\, x \in [-2, 2]$

$\Rightarrow$ $f_1(x) = \left[\frac{4x}{\pi}\right]$

$\Rightarrow$ $f_1(x) \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$\Rightarrow$ $f_1(x)$ is discontinuous at five points $f_1(x)$ पाँच बिन्दुओं पर असतत् है

$\Rightarrow$ $f_1(x)$ is non derivable at five points $f_1(x)$ पाँच बिन्दुओं पर अवकलनीय नही है

(Q) $f_2(x) = \cos^{-1}\left(\text{sgn}\left(\cos\frac{2x-1}{2}\pi\right)\right)$

$x \in [-2, 2]$

Put $t = \left(\frac{2x-1}{2}\right)\pi$

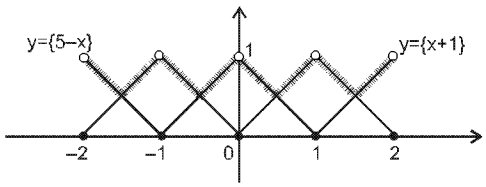
$\therefore$ $\text{sgn}\left(\cos\frac{2x-1}{2}\pi\right)$

$$= \begin{cases} 1 & , \quad -5\pi/2 < t < -3\pi/2 \\ -1 & , \quad -3\pi/2 < t < -\pi/2 \\ 1 & , \quad -\pi/2 < t < \pi/2 \\ -1 & , \quad \pi/2 < t < 3\pi/2 \\ 0 & , \quad t = \pi/2,\ 3\pi/2, -\pi/2, -3\pi/2, -5\pi/2 \end{cases}$$

Hence $f_2(x)$ is discontinuous at five points
अतः $f_2(x)$ पाँच बिन्दुओं पर असतत्

Range of $f_2(x) = \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi\right\}$ $f_2(x)$ का परिसर $= \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi\right\}$

(R) $f_3(x) = \max.(\{x + \sin^2 x + \cos^2 x\}, \{5 - x\})$
$= \max(\{x + 1\}, \{5 - x\})$



Discontiuous at five points and non differentiable at seven points in [–2, 2]

Hence range $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \{0\}$

अतः परिसर $\left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup \{0\}$ है

(S) $f_4(x) = \sqrt{x^2} + [x]^2$

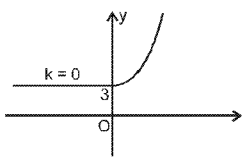
$$f_4(x) = \begin{cases} -(x)+4 & , \quad -2 \le x < -1 \\ -x+1 & , \quad -1 \le x < 0 \\ x & , \quad 0 \le x < 1 \\ x+1 & , \quad 1 \le x < 2 \\ 6 & , \quad x = 2 \end{cases}$$

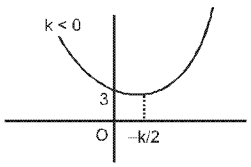
$\Rightarrow$ Discontinuous at x = – 1,0,1,2 x = – 1,0,1,2 पर असतत्

18. P. $f : R \to R$ is defined as f(x) = ...
P. $f : R \to R$ परिभाषित है f(x) = ...

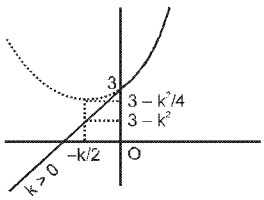
Sol. (A)

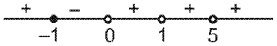
(P) when $k \le 0$ then f(x) is many one
जब $k \le 0$ तब f(x) बहुऐकी हे



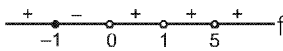


when k > 0 then f(x) is one-one जब k > 0 हो तो f(x) एकैकी है



(Q) See the sign scheme 

$\therefore$ $(-\infty, -1] \cup (0, \infty) - \{1, 5\}$ minimum positive integral value = 2



चिन्ह क्रम लेने पर

$\therefore$ $(-\infty, -1] \cup (0, \infty) - \{1, 5\}$ न्यूनतम धनात्मक पूर्णांक मान = 2

(R) $\left|\left|\left|x-1\right|-1\right|-1\right| = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \left|\left|x-1\right|-1\right| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

$\Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{2}$

$\therefore$ Number of solution is 6. हलों की संख्या = 6

(S) $f'(x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$

$$\frac{1}{(f'(x))^2} = x^2(x^2-1)$$

$$\frac{1}{(f'(-\sqrt{2}))^2} = 2$$

19. P. If $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}$, ...
P. यदि $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}$, ...

Ans.(B)

Sol. (P) $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}$

$$\Rightarrow 4^x\left(1+\frac{1}{2}\right) = 3^x\left(\frac{3+1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{2}{3} \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} = \left(\frac{2}{3^{1/2}}\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^{3/2}$$

$\Rightarrow$ x = 3/2

(Q) $$\frac{\dfrac{\log_N b - \log_N a}{\log_N a \log_N b}}{\dfrac{\log_N c - \log_N b}{\log_N c \log_N b}} = \frac{\log_N b - \log_N a}{\log_N c - \log_N b} \cdot \frac{\log_N c}{\log_N a}$$

$$= \frac{\log_N \frac{b}{a}}{\log_N \frac{c}{b}} \quad . \log_a c = \log_a c$$

$\therefore$ k = 1

(R) $\log_5(x^4 + 5) \ge \log_5 5 = 1$ ..... (1)
$\log_5 (25 + x^2) \ge \log_5 25 = 2$ ..... (2)
$\Rightarrow$ $\log_5 (x^4 + 5) + \log_5 (25 + x^2) \ge 3$
But RHS of the equation is less than 3
परन्तु RHS समीकरण दांया भाग ≤ 3
Hence it has no solution अतः कोई हल नही है।

(S) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{1/9}\left(x^2 - \frac{10}{3}x + 1\right)} \le 1 \Rightarrow \log_9\left(x^2 - \frac{10}{3}x + 1\right) \le 0$

$x^2 - \frac{10}{3}x + 1 \le 1 \Rightarrow x \in [0, \frac{10}{3}]$ .....(1)

But परन्तु $x^2 - \frac{10}{3}x + 1 > 0 \Rightarrow x > 3$ or या $x < \frac{1}{3}$ .....(2)

from (1) and (2) (1) व (2) से

$\therefore$ Solution is हल है $[0, 1/3) \cup (3, 10/3]$

$\therefore$ a = 0 , b = 1/3, c = 3, d = $\frac{10}{3}$ $\therefore$ ad + bc = 1

20. S_1 : Latus rectum is the smallest .....
S_1 : परवलय की सबसे छोटी नाभीय .....

Sol. (A)

$$\frac{PS+SQ}{2} \geq 2a$$

$\Rightarrow$ PS + SQ $\geq$ 4a

$$y = \frac{-x^2}{2} + x + 1$$

$2y = -x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -2y + 2 = x^2 - 2x$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = -2\left(y - \frac{2}{3}\right)$$

21. Let f be a twice differentiable real valued function .....
f, दो बार अवकलनीय वास्तविक मानीय फलन .....

Sol. (B)

$$\frac{d\left(\left(f(x)\right)^2 + \left(f'(x)\right)^2\right)}{dx} = 2\,f'(x)\,(f(x) + f''(x))$$

$= -2xg(x)\,(f'(x))^2 < 0 \ \forall \ x > 0$
$\therefore (f(x))^2 < 25 - (f'(x))^2 < 25$
$\therefore |f(x)| < 5$

22. If $\left|\tan\alpha\tan\beta - \frac{a!}{6}\right| + \left|\tan\beta\tan\gamma - \frac{b!}{2}\right|$

$+ \left|\tan\gamma\tan\alpha - \frac{c!}{3}\right| \leq 0$, ...

If $\left|\tan\alpha\tan\beta - \frac{a!}{6}\right| + \left|\tan\beta\tan\gamma - \frac{b!}{2}\right|$

$+ \left|\tan\gamma\tan\alpha - \frac{c!}{3}\right| \leq 0$, जहाँ n! = 1.2.3...n, तब

.....

Sol. (C)

S_1: $\tan\alpha.\tan\beta = \frac{a!}{6}$, $\tan\beta\tan\gamma = \frac{b!}{2}$, $\tan\alpha\tan\gamma = \frac{c!}{3}$

$$\frac{a!}{6} + \frac{b!}{2} + \frac{c!}{3} = 1 \Rightarrow a = b = c = 1$$

S_2 : $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} - \gamma$, $\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} = \frac{1}{\tan\gamma}$

$$\Rightarrow \sum \tan\alpha.\tan\beta = 1$$

23. If the conics whose equations are $(\sin^2\theta)x^2 + (2h\tan\theta)xy$
.....
यदि शांकव जिसकी समीकरण $(\sin^2\theta)x^2 + (2h\tan\theta)xy$ +
.....

Sol. (D)

Curve through the intersection of S_1 & S_2 is given by $S_1 + \lambda S_2 = 0$
$\Rightarrow x^2(\sin^2\theta + \lambda\cos^2\theta) + 2(h\tan\theta - \lambda h'\cot\theta)xy + (\cos^2\theta + \lambda\sin^2\theta)y^2 + (32 + 16\lambda)x + (16 + 32\lambda)y + 19(1 + \lambda) = 0$
The above equation will represent a circle if $\sin^2\theta + \lambda\cos^2\theta = \cos^2\theta + \lambda\sin^2\theta$
समीकरण वृत्त को व्यक्त करती है यदि $\sin^2\theta + \lambda\cos^2\theta = \cos^2\theta + \lambda\sin^2\theta$

$\Rightarrow (1 - \lambda)\cos2\theta = 0 \Rightarrow \lambda = 1$ or या $\theta = \frac{\pi}{4}$

$h\tan\theta - \lambda h'\cot\theta = 0$

$\Rightarrow h\tan\theta = \lambda h'\cot\theta$ which is satisfied if $\lambda = 1$ & $\theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow h = h'$

$\Rightarrow h\tan\theta = \lambda h'\cot\theta$ जो संतुष्ठ होती है यदि $\lambda = 1$ & $\theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow h = h'$

PART-II : (PHYSICS)

24. Two coaxial long solenoids of.....
दो बराबर लम्बाई की समअक्षीय लम्बी.....

Sol. (A) Magnetic field is non zero only in the region between the two solenoids, (where $B = \mu_0 n_2 i_2$)
केवल दो परिनालिकाओं के मध्य के परिक्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र अशून्य होगा, जहाँ $B = \mu_0 n_2 i_2$

$\therefore$ energy stored per unit volume = $\frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 n_2^2 i_2^2}{2}$

$\therefore$ प्रति एकांक आयतन में संचित ऊर्जा = $\frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 n_2^2 i_2^2}{2}$

The energy per unit length. = energy per unit volume × area of cross section (were $B \neq 0$)
प्रति एकांक लम्बाई में ऊर्जा = प्रति एकांक आयतन में संचित ऊर्जा × अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल,(जहाँ $B \neq 0$ है)

$= \frac{\mu_0 n_2^2 i_2^2}{2}[\pi(r_2^2 - r_1^2)] = \frac{\mu_0 n_1^2 i_1^2}{2}[\pi(r_2^2 - r_1^2)$, since चूंकि $n_1 i_1 = n_2 i_2$

25. A small bar magnetic of magnetic.....
एक छोटे छड़ चुम्बक का चुम्बकीय द्विध्रुव .....

Sol. (A) Since चूंकि $U = -\vec{M}.\vec{B}$

$$\Rightarrow \vec{F} = M_x\frac{\partial B_x}{\partial x}\hat{i} + M_y\frac{\partial B_y}{\partial y}\hat{j}$$

$\vec{F}$ = 2 A CE $\hat{i}$ + 2BDF $\hat{j}$

at पर $\vec{r} = (E\hat{i} + F\hat{j})$ $\vec{F} = \mathbf{2AEC\hat{i} + 2BDF\hat{j}}$

26. A uniform magnetic field $\vec{B}$ exists.....
एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ एक .....

Sol. (C) $E = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$
Where r is distance from center
So, (B) is correct option.
Since wood is insulator so there will be no current so it will rotate but copper ring will ramain stationary.
Hence (A) is also correct option.
Torque will act on wooden ring while there will be unused current flow in copper ring so (D) is also correct.

Sol. $E = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$

जहाँ r केन्द्र से दूरी है

अतः (B) सही है।

लकड़ी कुचालक है अतः इसमें कोई प्रेरित धारा उत्पन्न नहीं होगी परन्तु यह घुर्णन गति करेगी, तांबे की वलय स्थिर रहेगी।

अतः (A) सही है।

लकड़ी की वलय पर बलाघूर्ण लगेगा। अतः यह घूमेगी। अतः (D) सही है।

27. A light ray is moving from A to B....................................

एक प्रकाश किरण निर्वात में d दूरी पर....................................

Sol. (B) Optical path length of AB= d-r+nr. So the time lag from A to B will be $\frac{nr+d-r}{c}$ .So option B is correct.

AB की प्रकाशीय लम्बाई = d-r+nr अतः A से B में समय पश्चात् (time lag) होगी $\frac{nr+d-r}{c}$ अतः विकल्प B सही है।

28. In a continuous printing process....................................

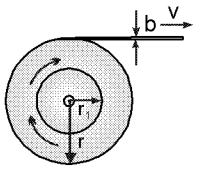
सतत् छापने के प्रक्रम में, कागज नियत....................................

Sol. (C) Suppose total length of paper is ℓ. r_1 is inner radius of spool

मानिये कि कागज की कुल लम्बाई ℓ है। r_1 घिरनी (spool) की आन्तरिक त्रिज्या है।

then तब $\pi r^2 - \pi r_1^2 = \ell \times b$ ....(1)

and at this moment



तथा इस क्षण पर

$v = r\omega$ ....(2)

Differient equation (1) w.r.t. time

समीकरण (1) का समय के सापेक्ष अवकलन

$\pi \times 2r.\frac{dr}{dt} = 0 = \frac{d\ell}{dt}.b$

$\frac{dr}{dt} = \frac{v.b}{2\pi r}$ ....(3)

diff equation (2) wrt time

समीकरण (2) का समय के सापेक्ष अवकलन

$v = r\omega$

$\frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} + \omega\left(\frac{dr}{dt}\right)$

$0 = r\alpha + \omega\frac{dr}{dt}$ $\left(\frac{dr}{dt} \text{in} - ve\right)$

$\frac{dr}{dt} = \frac{r\alpha}{\omega}$

$\alpha = \frac{\omega}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)$ ....(4)

using (3) & (4) $\alpha = \frac{vb.\omega}{2\pi r^2} = \frac{v^2b}{2\pi r^3}$

(3) व (4) का उपयोग करने पर $\alpha = \frac{vb.\omega}{2\pi r^2} = \frac{v^2b}{2\pi r^3}$

29. Two small identical balls lying on....................................

दो छोटी समरूप गेंदे क्षैतिज तल पर रखी....................................

Sol. (D) $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$

At new equilibrium

नयी साम्यावस्था पर

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(4\ell_0)^2} = K_0 3\ell_0$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{16\ell_0^2} = 3K_0\ell_0$

Now ball B is slightly displace by x then restoring force

गेंद B को हल्का सा x द्वारा विस्थापित करते है तब प्रत्यानयन बल

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(4\ell_0 + x)^2} - K_0(3\ell_0 + x)$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(4\ell_0)^2}\left(1 - \frac{2x}{4\ell_0}\right) - K_0(3\ell_0 + x)$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{16\ell_0^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{16\ell_0^2} \times \frac{2x}{4\ell_0} - 3K_0\ell_0 - K_0x$

$= \left[\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \times 32\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 16 \times 3K_0}\right)} + K_0\right]x$

$= m\frac{d^2x}{dt^2} = -K_0\frac{5}{2}x$

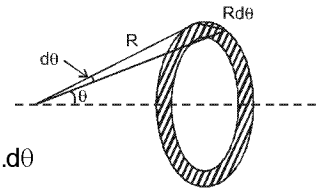
$f' = \sqrt{\frac{5}{2}}f_0$

30. A hemispherical shell of radius R....................................

एक अर्द्धगोलाकार कोश की त्रिज्या R ....

Sol. (C) $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi dI}{R^3}(R\sin\theta)^2$

$dI = \frac{dq}{2\pi}.\omega = \omega\sigma R^2\sin\theta.d\theta$



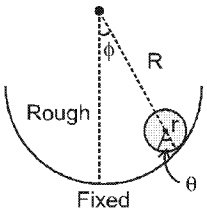
$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{2\pi}{R}\sin^3\theta\,\omega\sigma R^2.d\theta$

$R = \frac{\mu_0\omega\sigma R}{2}\int_0^{\pi/2}\sin\theta(1-\cos^2\theta)d\theta$

$= \frac{2}{3}\mu\omega\sigma R$

31. The time period of small oscillation .....
R त्रिज्या के स्थिर बड़े बेलन के अन्दर .....

Sol. (C) Torque about point of contact
स्पर्श बिन्दु के सापेक्ष बलाघूर्ण
(I.A.O.R)



$-mg\sin\phi r = (mr^2 + mr^2)\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\frac{-d^2\theta}{dt^2} = \frac{mg\sin\phi r}{2mr^2}$

For small ϕ $\sin\phi = \phi = \frac{r\theta}{(R-r)}$

अल्प ϕ के लिए $\sin\phi = \phi = \frac{r\theta}{(R-r)}$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{2r}\times\frac{r\theta}{(R-r)}$

$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-g}{2(R-r)}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2(R-r)}{g}}$.

32. Value of L,C and R.....
L,C तथा R के मान.....
Ans. (C)

33. If voltage in circuit at an.....
यदि परिपथ में किसी क्षण.....
Ans. (C)

Sol. $V_R = I_{rms} R \Rightarrow 160 = 10\,R \Rightarrow R = 16\Omega$

$V_C = I_{rms} X_C \Rightarrow X_C = \frac{V_C}{I_{rms}} = \frac{80}{10} = 8\Omega = \frac{1}{2\pi fC}$

$C = \frac{1}{2\pi\times 50\times 8} = \frac{1}{800\pi}$ F

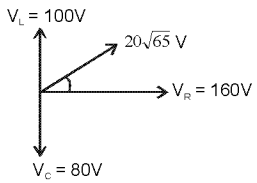
$X_L = \frac{V_L}{I_{rms}} = \frac{100}{10} = 10\Omega = 2\pi fL$

$\Rightarrow L = \frac{10}{2\pi\times 50} = \frac{1}{10\pi}$

E_{rms} source voltage स्त्रोत वोल्टेज

$= \sqrt{(160)^2 + (100-80)^2}$

$= 20\sqrt{65}$



phase difference between voltage and current is

$\tan\phi = \frac{100-80}{160}$

वोल्टेज व धारा के मध्य कलान्तर $\tan\phi = \frac{100-80}{160}$

$\because$ $V_L > V_C$ so, voltage is leading from current
$\because$ $V_L > V_C$ अतः, वोल्टेज धारा से आगे से

$E = 20\sqrt{65}\times\sqrt{2}\sin(100\,\pi t)$

$E = 20\sqrt{130}\sin(100\pi t)$

Current as a function of time

$i = \frac{E}{Z} = 10\sqrt{2}\sin\left[100\pi t - \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)\right]$

$= \sqrt{200}\sin\left(100\pi t - \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)\right)$

34. When $\frac{p_0^2}{2\rho v} = 10^{-10}$ watt m^{-2} then.....

जब $\frac{p_0^2}{2\rho v} = 10^{-10}$ watt m^{-2} है तब.....

Ans. (B)

35. Average energy density of.....
माध्यम में ध्वनि का औसत.....
Ans. (C)

Sol. (34) $\beta = 10\log\frac{10^{-10}}{10^{-12}} = 20$ dB

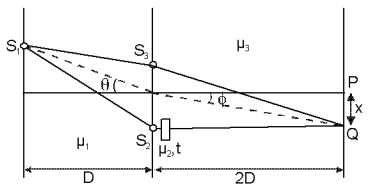
(35) Energy density = $\frac{1}{2}\frac{p_0^{\,2}}{v^2\rho} = \frac{I}{v}$ (it can anaylsis by dimensional analysis also).

ऊर्जा घनत्व = $\frac{1}{2}\frac{p_0^{\,2}}{v^2\rho} = \frac{I}{v}$ (इसे विमिय विश्लेषण से भी प्राप्त कर सकते है।)

36. Distance of central maxima.....
P से केन्द्रीय उच्चिष्ठ.....
Ans. (A)

37. If the film in front of S_2 is removed.....
यदि S_2 के सम्मुख रखी फिल्म हटा.....
Ans. (C)

Sol. (i) For the central order bright to be formed at Q path difference at Q must be zero.
केन्द्रीय चमकीली फ्रिन्ज Q पर बनने के लिए, Q पर पथान्तर शून्य होगा।



$(S_1S_2\mu_1 + (S_2Q - t)\mu_3 + t\mu_2) - (S_1S_3\mu_1 + S_3Q\mu_3) = 0$
$(S_3Q - S_2Q)\mu_3 = (S_1S_2 - S_1S_3)\mu_1 + (\mu_2 - \mu_3)t$
$d\sin\phi\,\mu_3 = (d\sin\theta)\,\mu_1 + (\mu_2 - \mu_3)\,t$ .....(1)

$\left(\frac{\mu_3 d}{2D}\right)x = \frac{d^2}{D}\,\mu_1 + (\mu_2 - \mu_3)\,t$

(For small θ & ϕ, $\tan\theta = \sin\theta = \theta = \frac{d}{D}$, $\tan\phi = \sin\phi = \phi = \frac{x}{2D}$)

$$x = \frac{1^2}{10^3} \times \frac{4}{3} + \left(\frac{3}{2} - \frac{9}{5}\right)\frac{4}{9} \times 10^{-2} = 0$$

(ii) In absence of slab from equation (1) ; t = 0
पट्टिका की अनुपस्थिति में समीकरण (1) ; t = 0
$d \sin\phi\, \mu_3 = (d \sin\theta)\, \mu_1$

$$\frac{x}{2D}\,\mu_3 = \frac{d}{D}\,\mu_1 \text{ or } x = \frac{2\mu_1 d}{\mu_3} = \frac{40}{27} \text{ mm.}$$

Ans. (i) 0 (ii) $\frac{40}{27}$ mm downwards नीचे की ओर.

38. The angular speed of the ring.....
चुम्बकीय क्षेत्र बन्द करने के.....
Ans. (C)

39. In the above problem a point charge.....
उपरोक्त प्रश्न में यदि एक +1 μc.....
Ans. (C)

Sol(38). Induced electric field generated will be

उत्पन्न प्रेरित विद्युत क्षेत्र $E = \frac{R^2}{2r}\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)$

Torque about the axis is अक्ष के परितः बलाघूर्ण

$$\tau = (qE)(r) = q\left(\frac{R^2}{2r}\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)r \qquad \Rightarrow \quad \tau\Delta t = I\omega$$

$$q\left(\frac{R^2}{2r}\frac{\Delta B}{\Delta t}\right) r\,\Delta t = (mr^2)\,\omega$$

$$\omega = \frac{qR^2\Delta B}{2mr^2} \qquad (r = 1 \text{ m}, R = 0.5 \text{ m})$$

$$\omega = \frac{1}{8} \text{ rad/sec}$$

Sol(39). To cross the point B, it has to cross the maxima of potential energy (center point). Applying energy conservation between point A and centre point : –
बिन्दु B को पार करने के लिए, इसे स्थितिज ऊर्जा का उच्चमान वाला स्थान (केन्द्र) पार करना होगा, अतः A तथा केन्द्र के मध्य ऊर्जा सरंक्षण नियम लगाने पर

$k_i + U_i = k_f + U_f$

$$\frac{1}{2}\,mu^2 + (q_0)\left(\frac{kQ}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}}\right) = 0 + (q_0)\left(\frac{kQ}{r}\right)$$

u = 30 m/sec

40. Match the column.....
निम्न को सुमेलित.....
Ans. (C)

41. Match the columns : (All the rigid bodies.....
कॉलम का मिलान किजीए : (सभी दृढ .....
Ans. (D)

Sol. (p, s) since there is net impulse, translations motion will occurs for all cases.
(r,q) only in C, impulse is passing through centre of mass. Hence rotation will occur and angular momentum will increase in all cases except (C).
(p, s) चुंकि यहाँ परिणामी आवेग दिया गया है सभी स्थितियों में स्थानान्तरण गति होगी।
(r,q) केवल (C) में, आवेग द्रव्यमान केन्द्र से गुजरता है। इसलिए (C) के अतिरिक्त सभी में घूर्णन होगा व कोणीय संवेग बढ़ेगा।

42. Consider the five different physical.....
पाँच भिन्न–भिन्न भौतिक परिस्थितियों.....
Ans. (A)

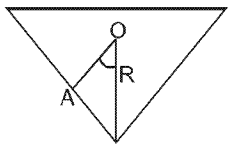
Sol. $B_0 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$

$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = B_0$ (∵ no current through the circle) (∵ वृत्त में कोई धारा प्रवाहित नहीं है)

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i}{2R} = B_0 - B_0\pi = B_0(1 - \pi) = -2.14\,B_0$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} + \frac{\mu_0 i}{2R} = B_0 + B_0\pi = B_0(1 + \pi) = 4.14\,B_0$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} - 3 \times \frac{\mu_0 i}{4\pi(R\cos 60°)}\,(2\sin 60°)$$



(∴ OA = R cos 60°)

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \cdot 3\sqrt{3} = B_0(1 - 3\sqrt{3}) = -4.20\,B_0$$

43. **S_1:** Due to diffraction of light wave.....
S_1: पानी की सतह पर पतली .....
Ans. (B)

44. **S_1:** A stationary charge particle.....
S_1: एक स्थिर आवेशित कण .....
Ans. (A)

Sol. **S_1 :** When $\vec{B}$ changes with time then force on charge particle is not zero.
जब $\vec{B}$ समय के साथ परिवर्ति होता है तब आवेशित कण पर बल अशून्य होता है।
S_2&S_3 : KVL and KCL are always valid in any combination.
KVL तथा KCL सभी संयोजन के लिए हमेशा मान्य है।

45. **S_1:** When a current carrying closed.....
S_1: जब एक बंद धारावाही लूप को .....
Ans. (C)

Sol. S_2 : When B is increase then radius of loop tends to decrease. When B is decrease then radius of loop tends to increase.
S_2 : जब B बढ़ाया जाता है तब लूप की त्रिज्या घटने की प्रवृत्ति रखती है। जब B घटाया जाता है तब लूप की त्रिज्या बढ़ने की प्रवृत्ति रखती है।

46. **S_1:** When tension in a stretched.....
S_1: तनी हुई डोरी में जब तनाव बढ़ाया.....
Ans. (A)

Sol. S_1: Since L is constant so λ maximum is 2L which is fixed for all tension while frequency changes with change in speed of wave in string.
S_2 : True
S_3: Ratio of $\frac{p}{\rho}$ remain constant so speed of sound not changes with small change in pressure, so speed of sound approximate remain constant.
S_1: चूंकि L नियत है अतः λ अधिकतम् 2L है जो सभी तनाव के लिए नियत है जबकि आवृत्ति डोरी में तरंग की चाल परिवर्तित होने के कारण परिवर्तित होती है।
S_2 : सत्य
S_3: $\frac{p}{\rho}$ का अनुपात अपरिवर्तित रहता है अतः ध्वनि की चाल में कोई परिवर्तन नहीं होगा जब दाब में अल्प परिवर्तन किया जाता है क्योंकि इसलिए ध्वनि की चाल लगभग नियत रहती है।

PART-III : (CHEMISTRY)

47. Q $\xleftarrow[\Delta]{Na/NH_3(\ell)}$ .....

Q $\xleftarrow[\Delta]{Na/NH_3(\ell)}$ P तथा Q .....

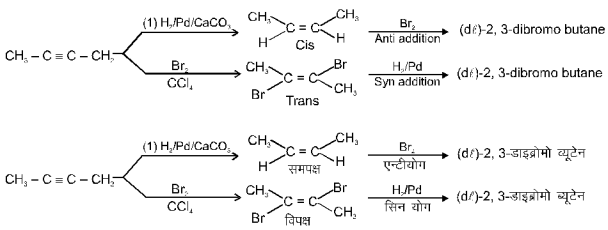
Sol. (D)
cis-alkene formed by lindlar catalyst and trans - alkene formed by Na/NH_3
सिस–एल्कीन लिण्डलार उत्प्रेरक व ट्रांस एल्कीन Na/NH_3 द्वारा बनती है।

48. $CH_2=CH-CH=CH_2$ At given temperature .....
$CH_2=CH-CH=CH_2$ दिये गए तापमान पर, निम्न अभिक्रिया .....

Sol. (A)
Self explanatory. (स्वतः समझने योग्य)

49. The products of the following I .....
I और II अभिक्रिया के उत्पाद .....

Sol. (B)



50. Which of the following is a meso .....
निम्न में से कौनसा मीसो (meso) .....

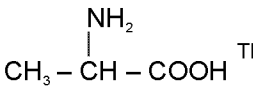
Sol. (B)
Meso compound has atleast 2-chiral carbon.
मीजो यौगिक में कम से कम 2-किरैल कार्बन उपस्थित होने चाहिए।

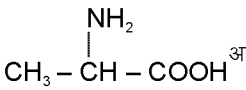
51. Number of fractions on fractional .....
दिये गए मिश्रण के प्रभाजी आसवन .....

Sol. (C)

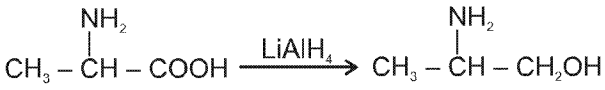
52. Nitrous acid (HNO_2) converts amino acids .....
नाइट्रस अम्ल, एमीनो अम्लो को उनके यथावत .....

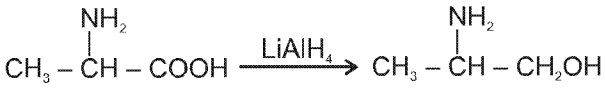
Sol. (B)
Since proline has 2° amino group.
चूँकि प्रोलीन 2° एमीनो समूह रखता है।

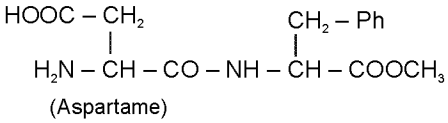
53.  The reagent (X) .....

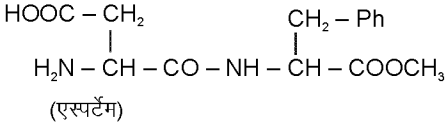
 अभिकर्मक (X) .....

Sol. (C)


. hence X is $LiAlH_4$

हल. 
. अतः X, $LiAlH_4$ है।

54.  .....
(Aspartame)

 .....
(एस्पर्टेम)

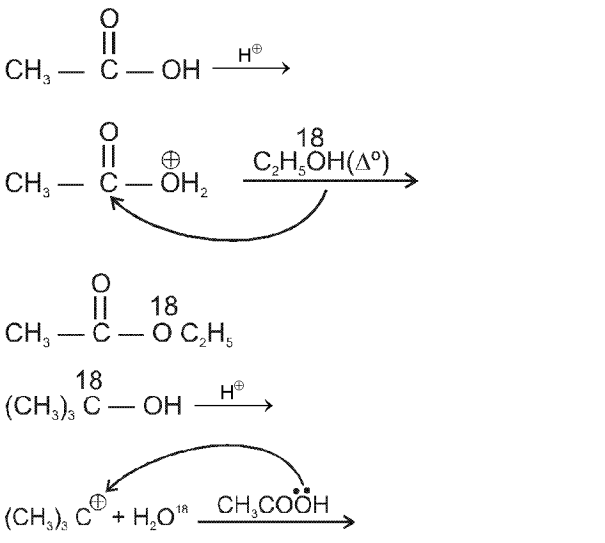
Sol. (B)
Aspartame is an artificial sweetener, III is incorrect statement aspartame is an ester derivative of a dipeptide, made by aspartic acid and phenylalanine.

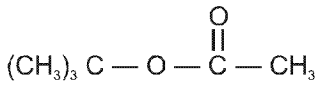
हल. एस्पर्टेम कृत्रिम मधुरक पदार्थ होता है, III कथन गलत है क्योंकि एस्पर्टेम डाईपेप्टाईड का एस्टर व्युत्पन्न है, जो एस्पार्टिक अम्ल और फेनिल एलानिन से बना है।

55. $CH_3-COOH + C_2H_5\overset{18}{O}H \xrightarrow{Conc.\ H_2SO_4}$ .....

$CH_3-COOH + (CH_3)_3C-\overset{18}{O}H \xrightarrow{सान्द्र\ H_2SO_4}$ .....

Sol. (B)

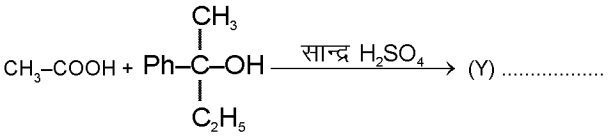


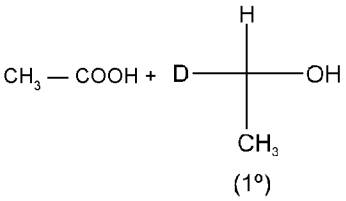


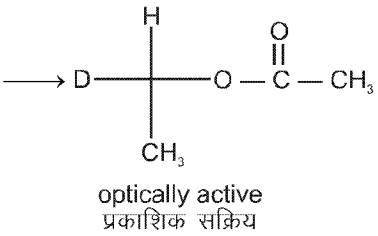
56.

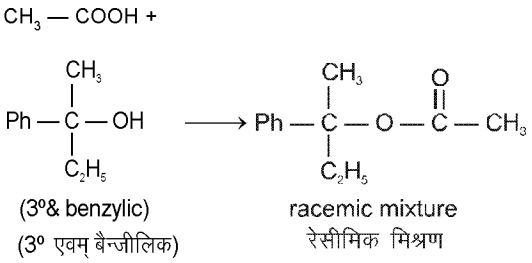
Sol. (A)

57. Compounds formed form **P** ....
P तथा **Q** द्वारा बने यौगिक ....
Sol. (B)



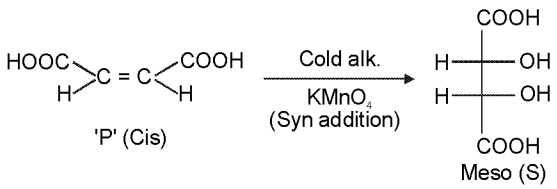


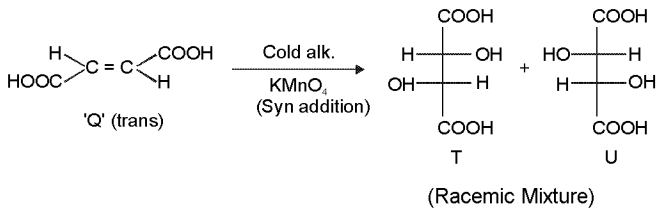




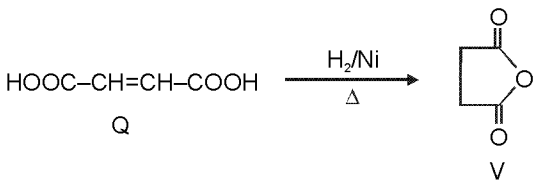
58. In the following reaction sequences **V** ....
निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों में, **V** ....
Sol. (A)
(57 & 58)

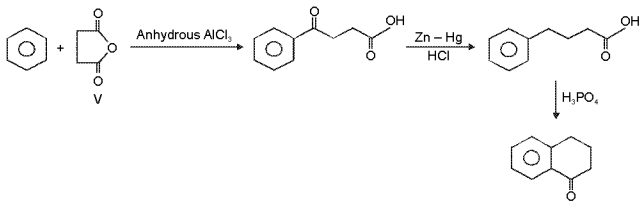
Sol. (57 & 58)

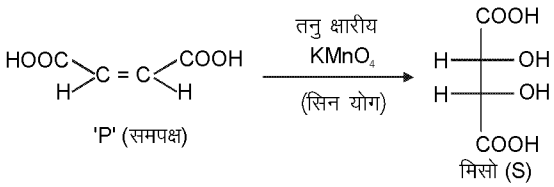


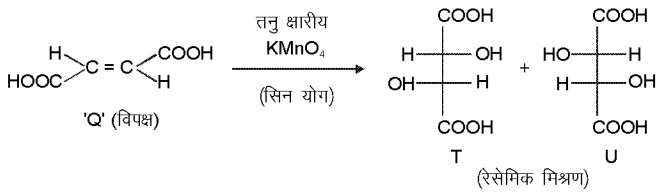


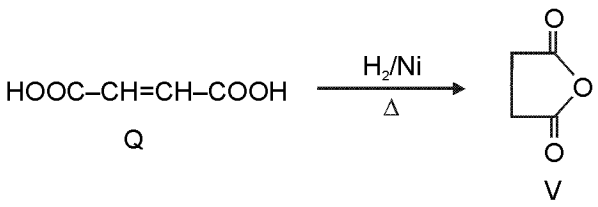
59. [X] $\xrightarrow{H_2SO_4}$ $\xrightarrow{H_2O}$ Identify the ....

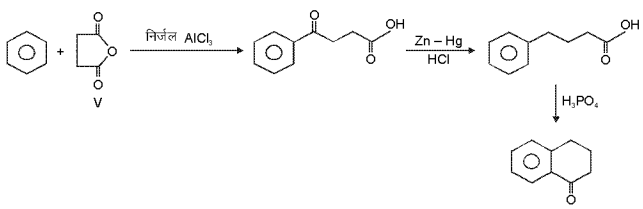






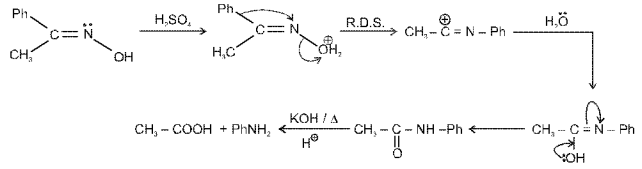






[X] $\xrightarrow{H_2SO_4}$ $\xrightarrow{H_2O}$ यौगिक के अभिविन्यास ....

Sol. (A)



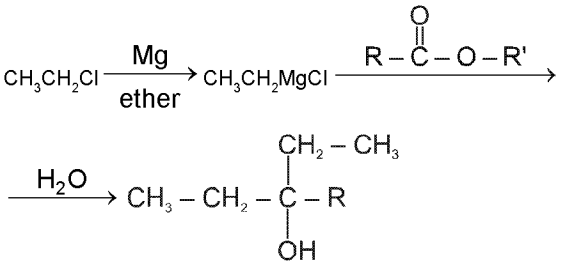
60. Which step is Rate determening .....
कौनसा पद वेग निर्धारक .....

Sol. (B)
Migration of phenyl group is rds. (Step II)

हल. फेनिल समूह का स्थानान्तरण वेग निर्धारक पद (पद–II) होता है।

61. If the reactant 'P' is ethyl chloride .....
यदि अभिकर्मक 'P' एथिल क्लोराइड है .....

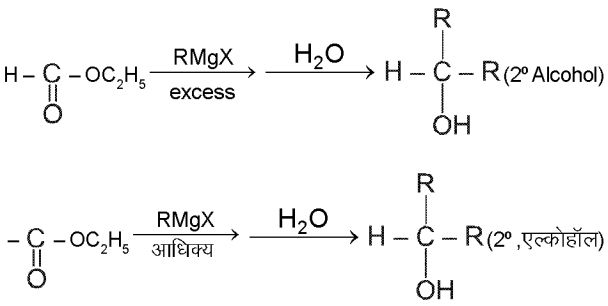
Sol. (C)



62. If the liquid Q is $H-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OC_2H_5$ then .....

यदि तरल Q $H-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-OC_2H_5$ है, तो उत्पाद R .....

Sol. (A)



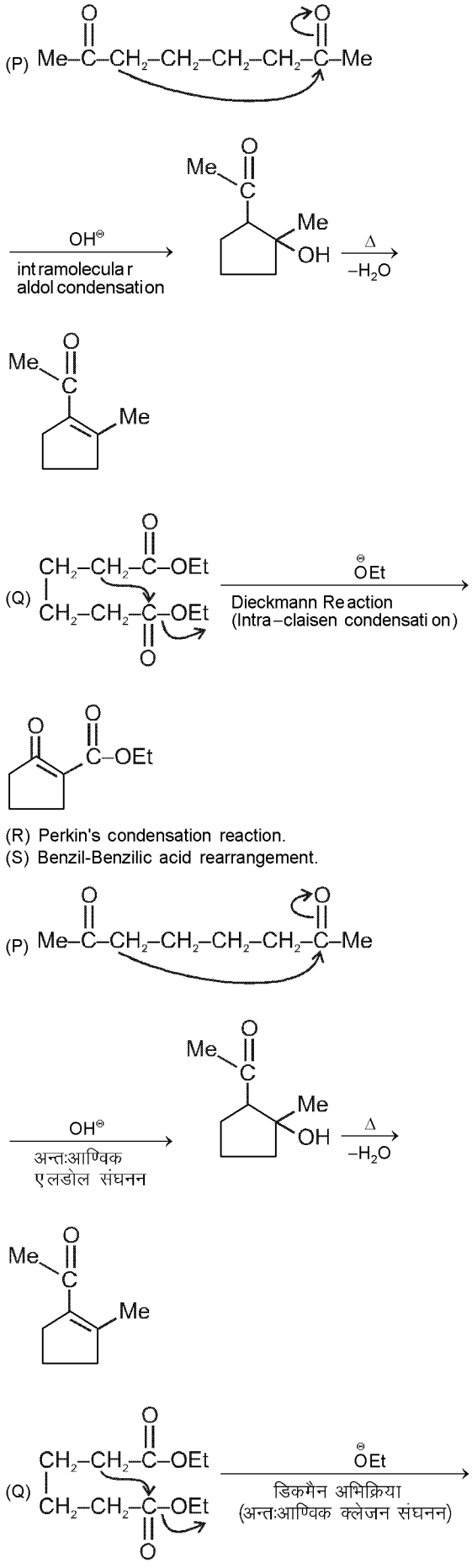
63. Match the column I .....
निम्न को सुमेलित कीजिए.....

Sol. (B)
– 1° Alkyl halide and anionic strong nucleophile ⇒ S_N2
– 2° Alkyl halide and anionic strong base ⇒ E2
– 3° Alcohol and acidic medium ⇒ E1
– 3° Alkyl halide and weak neutral nucleophile ⇒ S_N1

Sol. – 1° एल्किल हैलाइड और एनायनिक प्रबल नाभिक स्नेही ⇒ S_N2
– 2° एल्किल हैलाइड और एनायनिक प्रबल क्षार ⇒ E2
– 3° एल्कोहॉल और अम्लीय माध्यम ⇒ E1
– 3° एल्किल हैलाइड और दुर्बल उदासीन नाभिकस्नेही एवं ध्रुविय प्रोटिक विलायक ⇒ S_N1

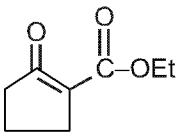
64. Match the column .....
स्तम्भों को सुमेलित कीजिय.....

Sol. (C)



(R) Perkin's condensation reaction.
(S) Benzil-Benzilic acid rearrangement.

Sol.



(R) पर्किन संघनन अभिक्रिया

(S) बेन्जिल–बेन्जिलिक अम्ल पुनर्विन्यास

65. Match the product of **Column- II**..............

कॉलम - II में दिये गये उत्पादों को **................**

Sol. (A)

(P) $RMgI + CH_3 - C \equiv N \longrightarrow CH_3 - \overset{R}{\overset{|}{C}} = NMgI$

$\xrightarrow{H_3O^+} CH_3 - \underset{O}{\underset{||}{C}} - R$ (Alkaone) (एल्केनोन)

(Q) $RMgI + S = C = S \longrightarrow R - \underset{S}{\underset{||}{C}} - S - MgI \xrightarrow{H_3O^+}$

$R - \underset{S}{\underset{||}{C}} - SH$ (Dithionic acid) (डाइथायोनिक अम्ल)

(R) $RMgI + CH_3CH_2O - \underset{O}{\underset{||}{C}} - Cl \longrightarrow$

$CH_3 - CH_2 - O - \overset{R}{\overset{|}{\underset{OMgI}{\underset{|}{C}}}} - Cl \longrightarrow CH_3 - CH_2 - O - \overset{R}{\overset{|}{\underset{O}{\underset{||}{C}}}} +$ MgICl

(Ester) (एस्टर)

(S) $RMgI + \underset{\diagdown O \diagup}{CH_2 - CH_2} \longrightarrow R{-}CH_2{-}CH_2{-}OMgI$

$\xrightarrow{H_3O^+} R - CH_2 - CH_2 - OH$ (Alcohol)(एल्कोहॉल)

66. S_1 **:** Alcohol gives substitution ....

एल्कोहॉल, HI के साथ प्रतिस्थापन ....

Sol. (B)

67. S_1 **:** Benzene diazonium chloride does ....

बेन्जीन डाइऐजोनियम क्लोराइड लैसाने परीक्षण ....

Sol. (A)

68. S_1 **:** Alcohols are easily protonated ....

एल्कोहॉल का प्रोटीनीकरण फिनॉल ....

Sol. (C)

69. S_1 **:** 1, 3-butadiene is monomer ....

प्राकृतिक रबर की मोनोमर इकाई ....

Sol. (B)

PAPER-2

PART-I : (MATHEMATICS)

1. Value of sin 24° + cos 6° ....

sin 24° + cos 6° का ....

Sol. (ABCD)

$\sin 24° + \cos 6° = \sin 24° + \sin 84° = 2 \sin 54° \cos 30° = 2.$

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{4}$$

2. The solution of the equation $7^{\log x} - 5^{(\log x + 1)}$ ....

समीकरण $7^{\log x} - 5^{(\log x + 1)}$ ....

Sol. (ABC)

Let log x = a, then given equation can be written as

माना log x = a, तब दी गई समीकरण

$$7^a - 5 \cdot 5^a = \frac{3}{5}5^a - \frac{13}{7}7^a \Rightarrow \left(\frac{20}{7}\right)7^a = \frac{28}{5}5^a$$

$$\frac{25}{49} = \left(\frac{5}{7}\right)^a \Rightarrow a = 2$$

$\therefore \log x = 2 \Rightarrow x = 100$

3. Values of x for which $\sin^{-1}|x| + \cos^{-1}x =$ ....

x का मान जिसके लिए $\sin^{-1}|x| + \cos^{-1}x = \cos^{-1}$ ....

Sol. (D)

$x \in [-1, 1]$ but परन्तु $x \neq \{-1, 0, 1\}$

Case स्थिति I : $0 < x < 1$

$\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\{x\}}\right)$ as चूंकि $[x] = 0$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\{x\}}\right)$$

$\Rightarrow \frac{1}{\{x\}} = 0$ not possible संभव नहीं

Caseस्थिति II : $-1 < x < 0$

$-\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \cos^{-1}(0)$ as चूंकि $[x] = -1$

$$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} + \sin^{-1}x$$

$$2\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow x = 0$ but परन्तु $x \neq 0$

4. If f(x) = [x], g(x) = |x – 1|, ...

यदि f(x) = [x], g(x) = |x – 1| तब fog $\left(\frac{-7}{4}\right)$ ....

Sol. (ACD)

$$fog\left(\frac{-7}{4}\right) = f\left(\frac{11}{4}\right) = 2$$

$$gof\left(\frac{-7}{4}\right) = g(-2) = |2-1| = 3$$

5. The normal to the parabola $y^2 = 12x$ from .....
बिन्दु (15, 6) से परवलय $y^2 = 12x$ पर खींचे गये .....

Sol. (AB)
Normal to parabola $y^2 = 4.3.x$ may be taken as :
परवलय $y^2 = 4.3.x$ के अभिलम्ब का समीकरण होगा
$y - 2.3.t = -t(x - 3t^2)$
$\Rightarrow$ it passes through (15, 6) $\Rightarrow$ $t^3 - 3t - 2 = 0$
यह बिन्दु (15, 6) से गुजरता है
$\Rightarrow$ $t = -1, -1, 2$
Hence the normals are $y = x - 9$; $y + 2x = 36$
अतः अभिलम्ब के समीकरण है $y = x - 9$; $y + 2x = 36$

6. If ABC is a triangle and $\tan\frac{A}{2}, \tan\frac{B}{2}, \tan\frac{C}{2}$ .....

यदि ABC एक त्रिभुज है तथा $\tan\frac{A}{2}, \tan\frac{B}{2}, \tan\frac{C}{2}$ .....

Sol. (BC)
$\because$ In a triangle ABC, $A + B + C = \pi$

$$\Rightarrow \cot\frac{A}{2}\cot\frac{B}{2}\cot\frac{C}{2} = \cot\frac{A}{2} + \cot\frac{B}{2} + \cot\frac{C}{2}$$

....(1)

$$\cot\frac{A}{2}, \cot\frac{B}{2}, \cot\frac{C}{2} \text{ are in A.P.}$$

Hence equation (1) becomes अतः समीकरण (1) होगी

$$\cot\frac{A}{2}\cot\frac{B}{2}\cot\frac{C}{2} = 3\cot\frac{B}{2}$$

$$\cot\frac{A}{2}\cot\frac{C}{2} = 3$$

Applying AM $\geq$ GM

$$\frac{\cot\frac{A}{2} + \cot\frac{C}{2}}{2} \geq \sqrt{\cot\frac{A}{2}\cot\frac{C}{2}}$$

$$\cot\frac{B}{2} \geq \sqrt{3}$$

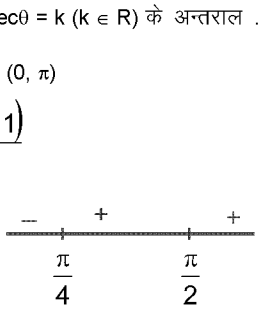
Equality holds when A = C

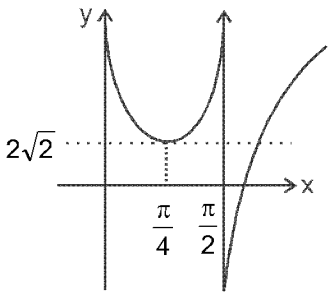
7. If the equation $\sec\theta + \text{cosec}\theta = k$ ($k \in R$) has exactly .....
यदि समीकरण $\sec\theta + \text{cosec}\theta = k$ ($k \in R$) के अन्तराल .....

Sol. (CD)
$f(\theta) = \sec\theta + \text{cosec}\theta$, $\theta \in (0, \pi)$

$$f'(\theta) = \frac{\cos^3\theta(\tan^3\theta - 1)}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$$

$f'(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$





Now, the equation will have three solutions if $k > 2\sqrt{2}$.

अतः समीकरण के तीन हल होगें यदि $k > 2\sqrt{2}$.

8. If $\alpha(\theta), \theta \in R$ and $\beta(\theta), \theta \in R - \left\{2n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in I\right\}$ are .....

यदि $\alpha(\theta), \theta \in R$ तथा $\beta(\theta), \theta \in R - \left\{2n\pi - \frac{\pi}{2}, n \in I\right\}$ ऐसे फलन है

जो .....

Sol. (ABC)
$(1 + x)\sin^2\theta - (1 + x^2)\sin\theta + (x - x^2) = 0$
$\Rightarrow x^2(\sin\theta + 1) - x(1 + \sin^2\theta) + (\sin\theta - \sin^2\theta) = 0$

$$\Rightarrow x^2 - x\left(\frac{1+\sin^2\theta}{1+\sin\theta}\right) + \frac{\sin\theta - \sin^2\theta}{1+\sin\theta} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x\left(\sin\theta + \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}\right) + \sin\theta\left(\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x = \sin\theta, \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \alpha(\theta) = \sin\theta, \ \beta(\theta) = \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$$

$$(A)\ \lim_{\theta\to 0^+}\left((\sin\theta)^{\frac{1}{\sin\theta}} + \left(\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}\right)^{\frac{1}{\sin\theta}}\right) = \left(0 + e^{\lim_{\theta\to 0^+}\left(\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}\right)^{\frac{1}{\sin\theta}}}\right)$$

$$= e^{\lim_{\theta\to 0^+}\frac{-2}{(1+\sin\theta)}} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

(B) $F(\theta) = \ell n(\beta(\theta))$

$$F(-\theta) = \ell n\left(\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}\right) = -F(\theta) \Rightarrow \ell n(\beta(\theta)) \text{ is an odd function}$$

एक विषम फलन

$$(C)\ \lim_{\theta\to 0}\left(\sum_{r=1}^{n} r^{\frac{1}{\sin^2\theta}}\right)^{\sin^2\theta}$$

$$\Rightarrow \lim_{\theta\to 0}\left(1^{\frac{1}{\sin^2\theta}} + 2^{\frac{1}{\sin^2\theta}} + 3^{\frac{1}{\sin^2\theta}} + \ldots + n^{\frac{1}{\sin^2\theta}}\right)^{\sin^2\theta}$$

$$= \lim_{\theta\to 0} n\left[\left(\frac{1}{n}\right)^{\text{cosec}^2\theta} + \left(\frac{2}{n}\right)^{\text{cosec}^2\theta} + \left(\frac{3}{n}\right)^{\text{cosec}^2\theta} + \ldots + \left(\frac{n-1}{n}\right)^{\text{cosec}^2\theta} + 1\right]^{\sin^2\theta} = n$$

(D) $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\theta)-(\sin\theta)^{\sin\theta}}{1-\sin\theta+\ell n\sin\theta}$ put रखने पर $\sin\theta = x$

$$\lim_{x\to1} \frac{x-x^x}{1-x+\ell nx} = \lim_{x\to1} \frac{1-x^x(1+\ell nx)}{-1+\frac{1}{x}} \left(\frac{0}{0} \text{ form }\right)$$

$$\lim_{x\to1} \frac{x-x^{x+1}(1+\ell nx)}{1-x} = \lim_{x\to1} \frac{1-x^{x+1}(1+\ell nx)^2-x^x(2+\ell nx)}{-1} = 2$$

9. If f(x) is continous in $[c_1,c_2]$ & $f''(c_1) - f''(c_2) > 0$, ...
यदि f(x) अन्तराल $[c_1,c_2]$ में सतत् है तथा $f''(c_1) - f''(c_2) > 0$ .....

10. If f(x) is continous in $[c_1,c_2]$ & $f''(c_1) - f''(c_2) < 0$, then .....
यदि f(x) अन्तराल $[c_1,c_2]$ में सतत् है तथा $f''(c_1) - f''(c_2) < 0$ .....

11. If f(x) is continous in $[c_1, c_2]$ & $f''(c_1) - f''(c_2) > 0$, then .....
यदि f(x), अन्तराल $[c_1, c_2]$ में सतत् है तथा $f''(c_1) - f''(c_2) > 0$
.....

Sol. 9. (C)
$f''(c_2)\, f''(c_1) < 0$ and $f'(c_1) = f'(c_2) = 0$
$\Rightarrow f''(c_1) - f''(c_2) > 0 \Rightarrow f''(c_1) > 0$ and $f''(c_2) < 0$
$\Rightarrow c_2$ is local maximum and c_1 is local minimum for f(x)
$\Rightarrow f'(x) = 0$ atleast four roots in $[c_1 - 1, c_2 + 1]$.

$f''(c_2)\, f''(c_1) < 0$ तथा $f'(c_1) = f'(c_2) = 0$
$\Rightarrow f''(c_1) - f''(c_2) > 0 \Rightarrow f''(c_1) > 0$ तथा $f''(c_2) < 0$
$\Rightarrow$ f(x) के लिये c_2 स्थानीय उच्चिष्ठ हे तथा c_1 पर स्थानीय निम्निष्ठ है।
$\Rightarrow f'(x) = 0$ atleast four roots in $[c_1 - 1, c_2 + 1]$.

10. (B)
Here c_1 is local maximum and c_2 is local minimum
$\Rightarrow f'(x) = 0$ has atleast two roots in $[c_1 - 1, c_2 + 1]$.
यहाँ c_1 पर स्थानीय उच्चिष्ठ तथा c_2 पर स्थानीय निम्निष्ठ है
$\Rightarrow$ अन्तराल $[c_1 - 1, c_2 + 1]$ में $f'(x) = 0$ के कम से कम दो मूल विद्यमान है

11. (A)
As c_2 is local maximum and c_1 is local minimum $\Rightarrow f(x) = 0$ has atleast two solutions
जैसा क c_2 पर स्थानीय उच्चिष्ठ तथा c_1 पर स्थानीय निम्निष्ठ विद्यमान है जिसका अर्थ है कि $f(x) = 0$ के लये कम से कम दो हल विद्यमान है।

12. The eccentricity of the .....
दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता .....

13. The area of the largest triangle that an incident .....
दीर्घवृत्त के अक्ष के साथ, आपतित किरण एवं सम्बन्धित .....

14. Total distance travelled by an incident ray & the .....
आपतित किरण तथा सम्बन्धित परावर्तित किरण .....

Sol. $\mu x - y + 2(1 + \mu) = 0 \Rightarrow (x + 2) - (y - 2) = 0$ pass through (–2, 2)
$\mu x - y + 2(1 + \mu) = 0 \Rightarrow (x + 2) - (y - 2) = 0$, (–2, 2) से गुजरती है।
$\mu x - y + 2(1 - \mu) = 0 \Rightarrow \mu(x - 2) - (y - 2) = 0$ pass through (2, 2).
$\mu x - y + 2(1 - \mu) = 0 \Rightarrow \mu(x - 2) - (y - 2) = 0$, (2, 2) से गुजरती है।
Clearly these represent the foci of ellipse, so 2ae = 4.
स्पष्टतयाः यह दीर्घवृत्त की नाभियाँ है इसलिए 2ae = 4.
The circle $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 9$ represents auxiliary circle thus $a^2 = 9 \Rightarrow e = 2/3$ and $b^2 = 5$.
वृत्त $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 9$ सहायक वृत्त $a^2 = 9 \Rightarrow e = 2/3$ को व्यक्त करती है तथा $b^2 = 5$.

12. (B) eccentricity उत्केन्द्रता = 2/3

13. (B) Area of the largest triangle = abe = $2\sqrt{5}$

अधिकतम त्रिभुज का क्षेत्रफल = abe = $2\sqrt{5}$

14. (D) The total distance = sum of focal distances = constant.
कुल दूरी = नाभिय दूरी का योगफल = अचर

15. Let $f(x) : R \to R$ is a function satisfying .....
माना $f(x) : R \to R$ एक फलन है जो $f(10 - x) = f(x)$.....

Ans. 9

Sol. $f(10-x) = f(x)$ & $f(x) = f(4 - x)$
$\Rightarrow f(6+y) = f(y) \Rightarrow f(x)$ is periodic with period 6.
$\Rightarrow$ for $x \in [0, 25]$ $f(x) = 101$ at x = 0, 6, 12, 18, 24.
$\because$ f(x) is symmetric about x = 2
$f(x) \equiv 101$ will be at x = 4 also
$\Rightarrow f(x) = 101$ at x = 4, 10, 16, 22

$f(10-x) = f(x) = f(x) = f(4 - x)$
$\Rightarrow f(6+y) = f(y) \Rightarrow f(x)$ आवृर्ती होगा जिसका आवर्त काल 6 है
$\Rightarrow x \in [0, 25]$ के लिये x = 0, 6, 12, 18, 24 पर $f(x) = 101$
$\because$ f(x), x = 2 के सापेक्ष सममित है
x = 4 पर भी $f(x) \equiv 101$ होगा
$\Rightarrow$ x = 4, 10, 16, 22 पर $f(x) = 101$

16. Suppose the function $f(x) - f(2x)$ has the derivative 5 at x = 1
.....
माना कि x = 1 पर फलन $f(x) - f(2x)$ का अवकलज 5 तथा x = 2
.....

Ans. 9

Sol. $y' = f'(x) - 2f'(2x) \Rightarrow y'(1) = f'(1) - 2f'(2) = 5$, & ... (1)
$y''(2) = f'(2) - 2f'(4) = 7$ ... (2)
Now, Let $y = f(x) - f(4x) \Rightarrow y'(1) = f'(1) - 4f'(4)$ ... (3)

From (1), (2) एवं (3) से $f'(1) - 4f'(4) = 19$

17. If a is a real constant & A, B & C are variable angles & .....
यदि a कोई वास्तविक अचर है तथा A, B एवं C चर कोण है तथा .....

Ans. 9

Sol. $\vec{v}_1 = \tan A\hat{i} + \tan B\hat{j} + \tan C\hat{k}$

$$\vec{v}_2 = \sqrt{a^2 - b^2}\ \hat{i} + a\hat{j} + \sqrt{a^2 - c^2}\,\hat{k}$$

$\vec{v}_1 . \vec{v}_2 = ma$

$|\vec{v}_1||\vec{v}_2| > \vec{v}_1.\vec{v}_2$

$$\sqrt{\sum \tan^2 A}\ \sqrt{3a^2 - b^2 - c^2} > ma$$

$$\sum \tan^2 A > \frac{m^2a^2}{3a^2 - b^2 - c^2}$$

$$= \frac{m^2}{3 - \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2}\right)}$$

Minimum value $\frac{m^2}{3} = 27$

18. The number of elements in the range of the function .....

फलन $f(x) = \sqrt{\cos^{-1}\left(4x^3 - 3x\right) - \frac{\pi}{2}} + \frac{(2x+3)!}{\sqrt{x+2}}$ .....

Ans. 3

Sol. $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) - \frac{\pi}{2} \geq 0$.

$\Rightarrow -1 \le 4x^3 - 3x \le 0 \Rightarrow x \in \left[-1, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right] \cup \left[0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

Also, $x > -2$ & $(2x + 3) \in W$

$\Rightarrow x = -1, 0, \frac{1}{2}$

19. The number of integral values of 'a' for which the point .....
a के पूर्णांक मानों की संख्या जिनके लिये बिन्दु $(-2a, a + 1)$ .....

Ans. 0

Sol. $4a^2 + (a + 1)^2 - 4 < 0$ & $(a + 1)^2 - 4(-2a) < 0$

$\Rightarrow a \in (-1, -5 + 2\sqrt{6})$

PART-II : (PHYSICS)

20. A uniform Hollow sphere released.....
चित्र में दर्शाये गये स्थिर खुरदरे .....

Ans. (A,C,D)

Sol. Required minimum friction cofficient for pure rolling.
शुद्ध लौटनी गति के लिए आवश्यक न्यूनतम् घर्षण गुणांक

$$\mu = \frac{\tan\theta\left(\frac{K^2}{R^2}\right)}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}$$

$$\mu_{\text{Hollow sphere}} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)\times\frac{2}{3}}{\left(1+\frac{2}{3}\right)} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{4}\times\frac{3}{5} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$\mu_{\text{solid sphere}} = \frac{\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}}{\left(1+\frac{2}{5}\right)} = \frac{\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}$$

$$= \frac{3}{14} = < \mu_{\text{Hollow sphere}}$$

$$\mu_{\text{ring.}} = \frac{\frac{3}{4}\times 1}{1+1} = \frac{3}{4}\times\frac{4}{7} = \frac{3}{7}$$

so solid sphere perform pure rolling and uniform ring move with sliding.
अतः ठोस गोला शुद्ध लौटनी गति करेगा एवं वलय फिसलते हुए गति करेगी।

$\mu_{\text{ring}} > \mu_{\text{Hollow sphere}} > \mu_{\text{solid sphere}}$

$$\frac{K_R}{K_T} = \frac{\frac{1}{2}\frac{2}{3}mR^2\left(\frac{V^2}{R^2}\right)}{\frac{mV^2}{2}} = \frac{2}{3}$$

21. Magnetic field along x-axis varies.....
x-अक्ष के अनुदिश चुम्बकीय क्षेत्र.....

Ans. (A,B,C,D)

Sol. $\phi = \vec{B}.\vec{A} = B_0xA \quad \Rightarrow \quad \frac{d\phi}{dt} = B_0A\frac{dx}{dt} = B_0Av$

apply $e = \frac{d\phi}{dt}$ $i = \frac{|e|}{R} = \frac{B_0 v.A}{R}$ anticlock wise वामावर्त

$\therefore \quad v = v_0 + \alpha t \qquad \frac{B_0A(v_0+\alpha t)}{R}$ anticlock wise वामावर्त

$v^2 = u^2 + 2\alpha x$, $i = B_0A\ \frac{\left(\sqrt{v_0^2+2\alpha x}\right)}{R}$ anticlock wise वामावर्त

22. In the figure shown the loop placed .....
प्रदर्शित चित्र में कागज के तल में.....

Ans. (A,B,D)

Sol. (A) at $t = \frac{\pi}{3\omega}$, B is increasing in inward direction

$t = \frac{\pi}{3\omega}$, पर B अन्दर की ओर बढ़ रहा है

(B)

$\phi = Li$

at $t = \frac{5\pi}{6\omega}$ पर

$\phi = BA$

$\phi = B_0 \sin\omega\frac{5\pi}{6\omega} . \pi R^2$

$\phi = \frac{B_0}{2}\pi R^2 = Li \qquad \Rightarrow i = \frac{B_0\pi R^2}{2L}$

23. Pick up the correct .....

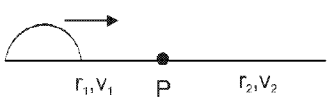
Ans. (A,B,C)

Sol. (A) If magnetic field inside long solenoid changes with time, electric field is also induced outside the solenoid. Hence true.
(B) Since induced electric field is directly proportional to rate of change of magnetic field, the induced electric field in this case must be constant. Hence true.
(A) यदि लम्बी परिनालिका के अन्दर चुमबकीय क्षेत्र समय के साथ परिवर्तित होता है, तो परिनालिका के बाहर विद्युत क्षेत्र भी प्रेरित होता है। इसलिये सत्य है।
(B) चूँकि प्रेरित विद्युत क्षेत्र चुम्बकीय क्षेत्र के परिवर्तन की दर के समानुपाती होता है, तो इस स्थिति में विद्युत क्षेत्र नियत होगा। इसलिये सत्य है।

24. A sinusoidal wave pulse is .....
दर्शाए अनुसार एक तनी हुई डोरी .....

Ans. (A,B,C,D)

Sol. $P = \frac{1}{2}\mu A^2\omega^2\upsilon$



$= \frac{1}{2}\sqrt{\mu}\ A^2\omega^2\sqrt{T}$

As given, दिया गया है

$$\frac{P_t}{P_r} = \frac{\sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1}}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \qquad .....(i)$$

Amplitude of transmitted wave संचरित तरंग का आयाम

$$A_2 = \frac{2\upsilon_2}{\upsilon_1+\upsilon_2}A = \frac{2\sqrt{T/\mu_2}}{\sqrt{T/\mu_1}+\sqrt{T/\mu_2}}A = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2}+\sqrt{\mu_1}}A$$

and तथा $A_1 = \frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{\upsilon_1+\upsilon_2}A = \frac{\sqrt{\mu_1}-\sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_2}+\sqrt{\mu_1}}A$

$$\therefore \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1}-\sqrt{\mu_2}} \qquad \text{.....(ii)}$$

$\therefore$ From equation (i) and (ii)
समीकरण (i) तथा (ii) से

$$\frac{5}{4} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\cdot\left(\frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1}-\sqrt{\mu_2}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{4} = x.\frac{4}{(1-x)^2} \qquad \text{(Assume माना } x = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\text{)}$$

$\Rightarrow$ x = 5 or या0.2

$$\Rightarrow \quad \frac{\mu_2}{\mu_1} = 25 \qquad \text{or या0.04}$$

(i) $$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\rho.\pi r_2^2}{\rho.\pi r_1^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = 0.2$$[Note : We have taken $\frac{\mu_2}{\mu_1} = 0.04$ as $r_1 > r_2$ is given in the question]z

[नोट: हमने $\frac{\mu_2}{\mu_1} = 0.04$ लिया है चूंकि $r_1 > r_2$ प्रश्न में दिया गया है]

(ii) $$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \frac{1}{0.2} = 5$$

(iii) The wave number, तरंग संख्या

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon}$$

$$K_1 = K_r = K_i = K$$

$$K_2 = K_t = \frac{\omega}{\upsilon_2} = \frac{\omega}{\upsilon_1}.\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{K}{5}$$

There is no phase change on reflection.
यहॉ परावर्तन पर कलान्तर नहीं है

$$A_2 = \frac{2}{x+1}A = \frac{2}{1.2}A = \frac{5}{3}A$$

$$A_1 = \frac{1-x}{1+x}A = \frac{0.8}{1.2}A = \frac{2}{3}A$$

Hence, equation are अतः समीकरण है

$$y_r = A_2\sin(K_2x-\omega t) = \frac{5}{3}A\sin\left(\frac{Kx}{5}+\omega t\right)$$

and तथा $y_t = A_1\sin(K_1x+\omega t) = \frac{2}{3}A\sin(Kx+\omega t)$.

25. Consider rigid rod of Young's .....
Y यंग गुणांक की एक दृढ़ छड़ लेते .....
Ans. (A,B,C,D)

Sol. Energy density ($x_0 = 0$) = Energy density ($x = x_0$) = constant =

$$\frac{du}{dV} = \frac{du}{A_1vdt} = \frac{1}{2}\rho\omega^2A_0^2$$

ऊर्जा घनत्व ($x_0 = 0$) = ऊर्जा घनत्व ($x = x_0$) = नियत = $\frac{du}{dV}$ = $\frac{du}{A_1vdt} = \frac{1}{2}\rho\omega^2A_0^2$

Where A_1 = Area of cross section of the rod then
जहॉ A_1 = छड़ का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल है।
density × (amplitude)^2 = constant
घनत्व × (आयाम)^2 = नियत
$\rho_0A_0^2 = \rho_0(1+Kx)A^2$

$$A = \frac{A_0}{\sqrt{1+Kx}}$$

Then तब

$$V = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0(1+Kx)}} \qquad f = VA$$

$$\lambda = \frac{f}{V} = f_0\sqrt{\frac{\rho_0(1+Kx)}{Y}}$$

time taken लिया गया समय $\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0(1+Kx)}}$

$$\int_0^x\left(\sqrt{1+Kx}\right)dx = \sqrt{\frac{Y}{\rho_0}}\int_0^t dt$$

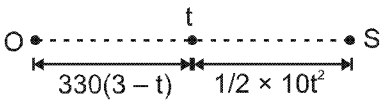
$$t = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{\rho_0}{Y}}\left(\frac{1+Kx}{K}\right)^{3/2}$$

26. A tuning fork vibrate with a string.....
एक स्वरित्र द्विभुज डोरी के साथ कंपन .....
Ans. (A,B,C,D)

Sol. $f_{string} = f_0 + 5$ $\qquad f'_{string} = f_0 - 5$
$f_{orgen\ pipe} = f_0 - 4$ $\qquad f'_{organ\ pipe} = f_0 + 4$
(A) $\Delta f = |(f_0 + 5) - (f_0 - 4)| = 9$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड
(B) $\Delta f = |(f_0 + 4) - (f_0 - 5)| = 9$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड
(C) $\Delta f = |(f_0 + 4) - (f_0 - 5)| = 1$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड
(D) $\Delta f = |f_0 + 5) - (f_0 + 4)| = 1$ beat per sec. विस्पन्द प्रति सैकण्ड

27. In the figure shown, a stationary .....
दिये गये चित्र में एक स्थिर प्रेक्षक 'O' .....
Ans. (A,B,C,D)

Sol. Let the sound emitted at time 't' be heard by observer at 3s.
माना कि 't' समय पर उत्पन्न ध्वनि स्त्रोता 3s पर सुनता है।



Then by kinematics : तब गतिकी से

$$330\,(3-t)+\frac{1}{2}\times 10t^2 = 350$$

$\Rightarrow$ $t^2 - 66t + 128 = 0$

$\Rightarrow$ $(t-2)(t-64)=0$

$\Rightarrow$ $t = 2, 64$ seconds

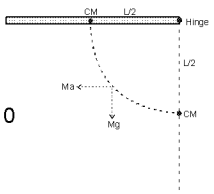
$\therefore$ required time आवश्यक समय $= 2$ seconds

at that time velocity of source इस समय पर स्त्रोत का वेग $= 10 \times 2 = 20$ m/s

$\therefore$ now अतः $f' = \frac{V}{V - V_s} f = \frac{330}{330-20} \times 620 = 660$ Hz **Ans.**

28. The minimum acceleration of the.....
गाड़ी का न्यूनतम त्वरण क्या .....
Ans. (A)

Sol. From the cart's frame
गाड़ी के निर्देश तंत्र से



$W_{all} = KE_2 - KE_1$

$\Rightarrow$ $Ma\left(\frac{L}{2}\right) + Mg\left(-\frac{L}{2}\right) = 0 - 0$

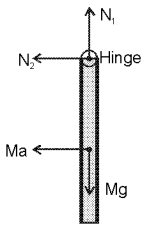
$\Rightarrow$ $a = g$

29. The normal reaction on the hinge at.....
प्रारंभिक क्षण पर जब गाड़ी उपरोक्त.....
Ans. (D)

Sol. Initially rod is at rest
प्रारम्भ में छड़ विराम में है।

So, $N_1 = Mg$ इसलिये, $N_1 = Mg$

Torque $= I\alpha$ आघूर्ण $= I\alpha$



$$Ma\left(\frac{L}{2}\right) = \left(\frac{ML^2}{3}\right)\alpha$$

$\Rightarrow$ $\frac{3}{4}a = \left(\frac{\alpha L}{2}\right)$ $\Rightarrow$ $\frac{3}{4}g = \frac{\alpha L}{2}$

$Ma + N_2 = Ma_{CM}$

$\Rightarrow$ $Mg + N_2 = M\left(\frac{3}{4}g\right) \Rightarrow N_2 = -\frac{Mg}{4}$

$$N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2} = \frac{\sqrt{17}\,Mg}{4}$$

30. If the mass of the cart is '2M'.....
यदि गाड़ी का द्रव्यमान '2M' (बिना छड़ के).....
Ans. (D)

Sol. Equation of motion for the cart
गाड़ी की गति के लिए समीकरण

$$-\frac{Mg}{4} + f = 2Ma \quad \Rightarrow f = 2Ma + \frac{Mg}{4} \Rightarrow f = \frac{9Mg}{4}$$

31. Phase difference between two.....

$x_1 = \frac{1}{7}$ तथा $x_2 = \frac{5}{12}$ पर.....

Ans. (C)

32. Which of the following is not.....
निम्न में से कौन प्रस्पन्द की.....
Ans. (C)

33. Which of the following is.....
निम्न में से कौन निस्पन्द.....
Ans. (D)

Sol. $y_{net} = 4\text{ mm}\,[\sin(4\pi(\sec^{-1})t + \frac{\pi}{6}]\cos\{2\pi(m^{-1})x + \frac{\pi}{6}\}$

$= (4\text{mm})\cos(2\pi x + \frac{\pi}{6})\sin\{4\pi t + \frac{\pi}{6}\}$

position of node निस्पन्द की स्थिति

$= 2\pi x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots\ldots (2n - \frac{\pi}{2})$ $n = 1,2,\ldots\ldots$

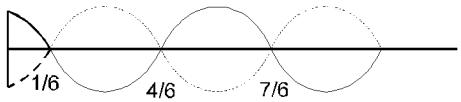
$x = \frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi}, \frac{\frac{4\pi}{3}}{2\pi}, \ldots\ldots \frac{(2n-1)\pi/2 - \pi/6}{2\pi}$

$x = \frac{1}{6}, \frac{4}{6}, \frac{7}{6}, \ldots\ldots \frac{(3n-2)}{6}$ n

position of antinode प्रस्पन्द की स्थिति

$2\pi x + \frac{\pi}{6} = 2n\,\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow x = (6n-1)\,\frac{1}{12} = \frac{5}{12}, \frac{11}{12}, \frac{17}{12}$ .....



34. A fiber of length 10 km is illuminated.....
एक तन्तु (फाईबर) जिसकी लम्बाई 10 km.....
Ans. 42

Sol. $\Delta t = \frac{10\text{km}}{2\times10^8} - \frac{10\text{km}}{2.1\times10^8}$

$= \frac{10\times10^3}{10^8}\left[\frac{2.1-2}{4.2}\right] = \frac{1}{10^4}\times\frac{1}{(42)}$

$f = 42 \times 10^4 = 420$ Khz $= 60 \times$ Khz $\Rightarrow$ $X = 42$

35. A point source 'S' which is symmetrically.....
चित्र में दर्शाएनुसार सममित स्थित बिन्दु.....
Ans. 24

Sol. n4000 = m6000
$2n = 3m$

$n = \frac{3}{2}m$

$m = 2$, $n = 3$

$y = \frac{2.6000\times2\times10^{-10}}{1\times10^{-3}}$

$= 2.4$ mm

36. A uniform thin hemispherical shell.....
एक समरूप पतला अर्द्धगोलीय कोश.....
Ans. 60

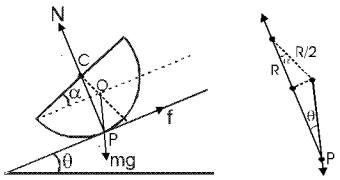
Sol. O is the centre of mass of the hollow hemisphere and is $\frac{R}{2}$ from C.

खोखले अर्द्धगोले का द्रव्यमान केन्द्र O है और यह C से $\frac{R}{2}$ दूरी पर है।

f = mg sin θ .... (1)

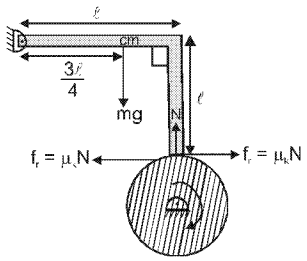
N = mg cos θ .... (2)

$N \times \frac{R}{2} \sin\alpha = \left[R - \frac{R}{2}\cos\alpha\right] f$ ......(3)



$\therefore \quad \tan\theta = \frac{\sin\alpha}{2-\cos\alpha} \Rightarrow \alpha = 60^o$

37. Figure shows a uniform rigid rod ....
चित्रानुसार एक समरूप, दृढ़, 'L' आकार..................................
Ans.10



Sol. Applying torque balance on the rod about the hing point.
कीलकित बिन्दु के परितः छड़ पर बलाघूर्ण संतुलित करने पर

$(mg)\left(\frac{3\ell}{4}\right) = (N)(\ell) + (\mu_k N)(\ell)$ where यहाँ $\mu_k = \frac{1}{2}$

Solving we get हल करने पर $N = \frac{mg}{2}$

So, the friction force is friction अतः घर्षण बल $= \mu_k N =$

$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{mg}{2}\right) = \frac{mg}{4}$

Torque of friction about the centre of the cylinder
बेलन के केन्द्र के सापेक्ष घर्षण बल का बल आघूर्ण

$\tau = (f_r)(R) = \frac{mg}{4}$ (1)

$\tau_{net} = I\alpha$

$\left(\frac{mg}{4}\right) = \left(\frac{mR^2}{2}\right)(\alpha) \Rightarrow \alpha = 5$

$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$0 = 50 + (-5)t$ t = 10 sec.

38. A parabolic wire as shown in the..................................
चित्रानुसार एक परवलयाकार तार x–y..................................
Ans.10

Sol. Since the wire is kept in the uniform field it can be replaced by the straight wire connecting 'O' and 'P'. Its

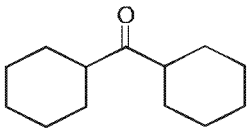
$\vec{L} = (2\hat{i} + 1.5\hat{j}), \quad \vec{B} = (2\hat{i} + 2\hat{j})$

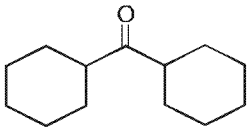
चूंकि तार समरूप क्षेत्र में रखा है इसलिए इसे 'O' तथा 'P' को जोड़ने वाले सीधे तार से प्रतिस्थापित कर सकते है। इसका

$\vec{L} = (2\hat{i} + 1.5\hat{j}), \quad \vec{B} = (2\hat{i} + 2\hat{j})$

$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = 10\,(2\hat{i} + 1.5\hat{j}) \times (2\hat{i} + 2\hat{j})$

$= 10\,[4 - 3]\,\hat{k} = 10\,\hat{k}$





$= 10\,N\,\hat{k}$

PART-III : (CHEMISTRY)

39.

X is ....

X है ....

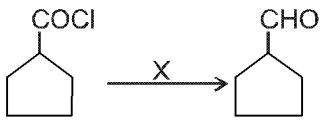
Sol. (ABC)
X can be $NaBH_4$/EtOH or $LiAlH_4$/THF or
$Al(OiPr)_3 / CH_3-CH(OH)-CH_3$

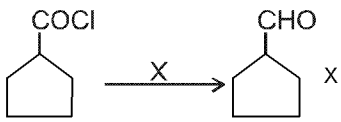
X हो सकता $NaBH_4$/EtOH या $LiAlH_4$/THF या
$Al(OiPr)_3 / CH_3-CH(OH)-CH_3$

40.

X cannot ....

X नहीं हो..................

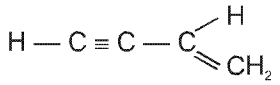




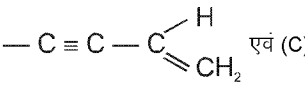
Sol. (ABC)
–COCl converts in –CHO by H_2/Pd-$BaSO_4$ (Rosenmund reduction)
H_2/Pd-$BaSO_4$ (रोजेनमुण्ड अपचयन) द्वारा –COCl , –CHO में परिवर्तित होता है।

41. The correct statement(s) ....
नीचे दिये गये यौगिक के सम्बन्ध में ....
Sol. (AD)

42. Amongst the given options ....
दिये हुए विकल्पों में यौगिक जिसके ....
Sol. (BC)

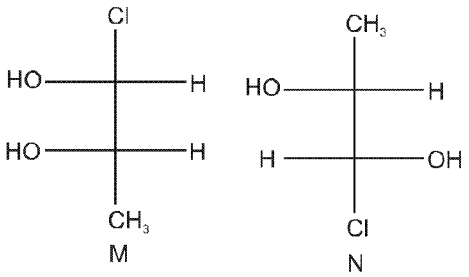
In (B)  and (C) $CH_2 = C = O$

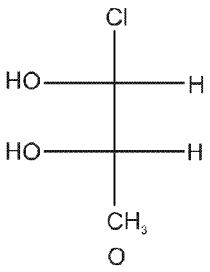
all atoms are always in same plane.

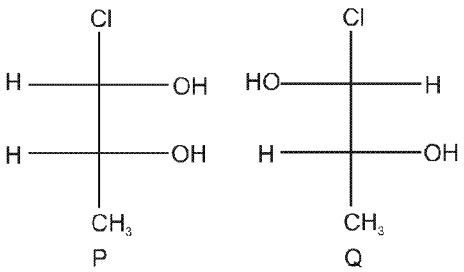
Sol. (B)  एवं (C) $CH_2 = C = O$ के सभी संरूपणों में सभी परमाणु हमेशा एक ही तल में उपस्थित होंगें।

43. Which of the given statement(s) .....
M के संदर्भ में N, O, P और Q .....

Sol. (ABC)

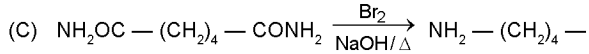


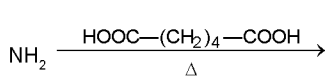


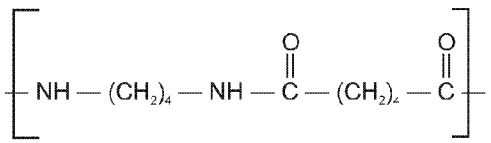


44. The correct functional group X .....
निम्न स्कीम में सही क्रियात्मक समूह X .....

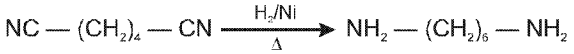
Sol. (CD)

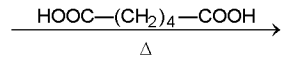
(C) 

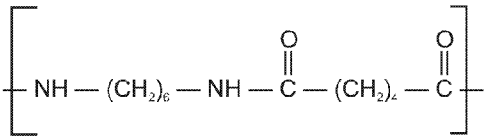


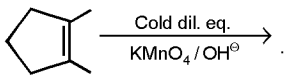


(D)

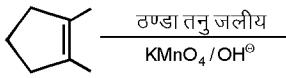






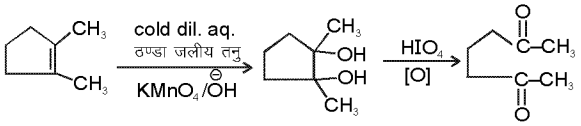
45. 

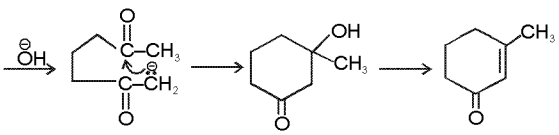
.....

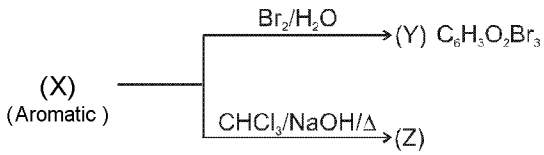


.....

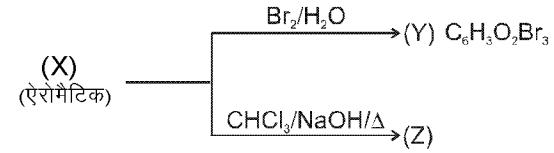
Sol. (ABC)





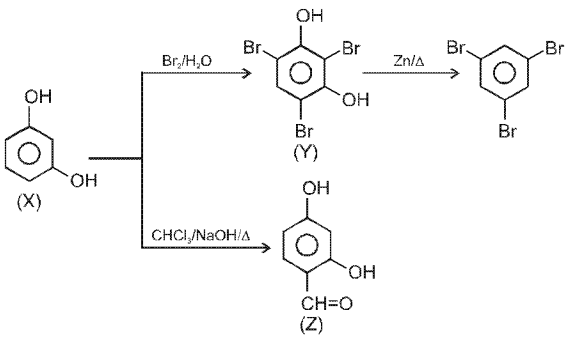
46. 

.....



.....

Sol. (ABCD)



47. The structure of compound **P** .....
यौगिक **P** की संरचना .....

Ans. (D)

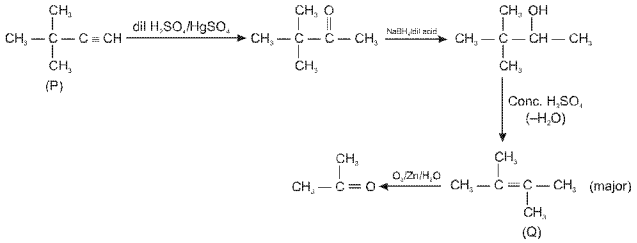
48. The structure of the compound **Q** .....
यौगिक **Q** की संरचना .....

Ans. (B)

49. P gives following test .....
P यौगिक निम्न में से कौनसा धनात्मक .....

Ans. (D)

Sol. (47 & 49)



50. Compound **H** is formed by the .....
यौगिक **'H'** निम्न अभिक्रिया .....

Ans. (B)

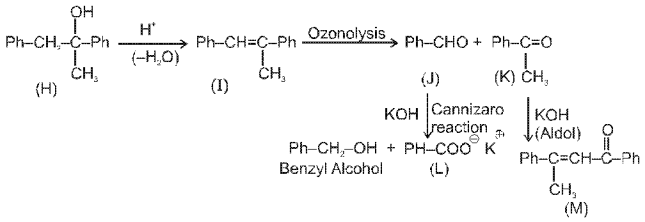
51. The structure of compound **I** .....
यौगिक **'I'** की संरचना .....

Ans. (A)

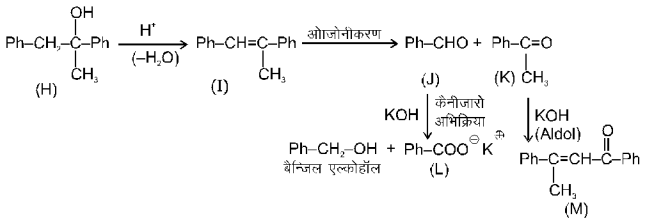
52. The structure of compounds **J**, **K** and **L** .....
यौगिक **'J'**, **'K'** तथा **'L'** की संरचनायें .....

Ans. (D)

Sol. (50 to 52)

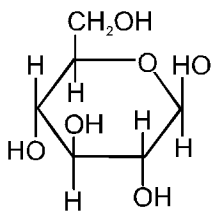


हल. (50 to 52)



53. How many moles of acetic anhydride (Ac_2O) .....
β-D-ग्लूकोज के साथ पूर्णतः अभिक्रिया करने के लिए .....

Sol. (05)



β-D-Glucose

Depends upon number of –OH group
–OH की संख्या पर निर्भर करते हैं।

54. The substituents R_1 and R_2 for nine peptides .....

नीचे दी गई सारणी में नौ पेप्टाइडों (prepitdes) के .....

Sol. (04)

For the polypeptide the isoelectric point will be more than 7. That means the given polypeptide is of basic nature so it must contain two or more amino groups. So (iv) , (vi), (viii) and (ix) are the correct options.

दिये गये पॉलीपेप्टाइड का समविभव बिन्दु 7 से अधिक होगा। इसका मतलब है कि पॉलीपेप्टाइड क्षारीय प्रकृति का है और इसमें दो या दो से अधिक एमीनो समूह होने चाहिए। अतः (iv) , (vi), (viii) तथा (ix) सही विकल्प हैं।

55. A tetrapeptide has – *COOH* group on alanine .....
एक टेट्रापेप्टाइड में एलानीन पर – *COOH* ग्रुप विद्यमान .....

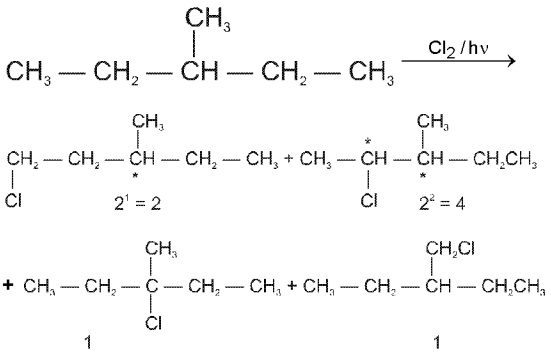
Sol. (04)

Following combinations are possible for tetrapeptide
Val — Phe — Gly — Ala
Val — Gly — Phe — Ala
Phe — Gly — Val — Ala
Phe — Val — Gly — Ala
1. In all above sequences C-terminal is alanine
2. Glycine is optically inactive amino acid, hence It should not be N-terminal so, only above combination are possible.

Sol. टेट्रापेप्टाइड के लिए निम्न चार संयोजन संभव है।
Val — Phe — Gly — Ala
Val — Gly — Phe — Ala
Phe — Gly — Val — Ala
Phe — Val — Gly — Ala
1. ऊपर दिये गये सभी क्रमों में एलानिन C अन्तस्थ है।
2. ग्लाइसिन प्रकाशिक निष्क्रिय एमीनों अम्ल है, अतः ये N अन्तस्थ नहीं हो सकता है। इसलिए ऊपर दिये गये चार संयोजन संभव है।

56. The maximum number of isomers .....
निम्न यौगिक के मोनो–क्लोरीनीकरण से प्राप्त समावयवियों .....

Sol. (08)



Total = 08

57. When the following aldohexose exists .....

जब दिया हुआ एल्डोहेक्सोस डी–विन्यास संरचना .....

Sol. (16)